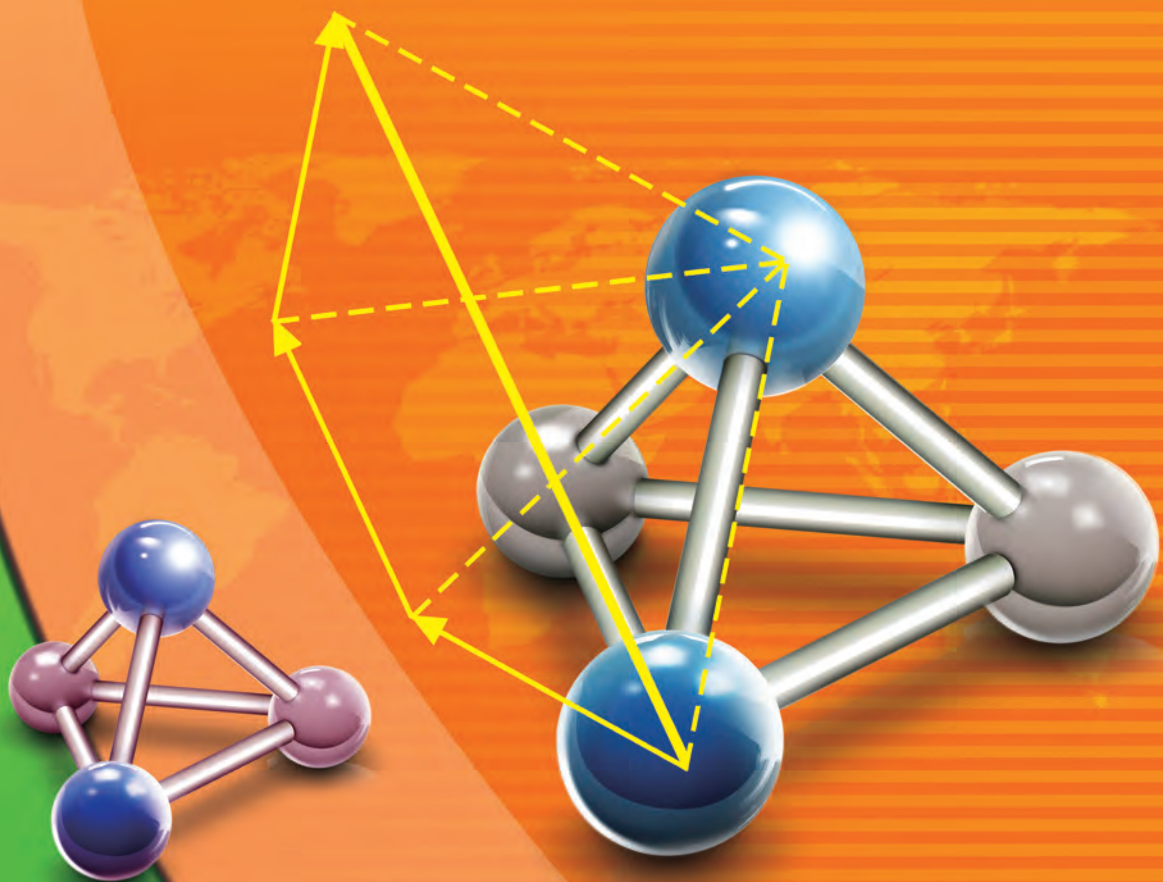
教育部审定
2013

义务教育教科书

数学

SHUXUE

九年级下册



浙江教育出版社

义务教育教科书

数学 九年级下册

SHUXUE

本册教科书编写人员

实验版（2005～2013）

主　　编　范良火

副 主 编　岑　申　张宝珍

编写人员　范良火　许芬英　金才华　王利明

岑　申　卓立波　鲍雨红　俞宏达

2014年版

主　　编　范良火

副 主 编　岑　申　张宝珍　许芬英

编写人员　范良火　金才华　许芬英　金克勤

王亚权　岑　申　王利明

浙江教育出版社

前 言

亲爱的同学：

当这册数学教科书放在你面前时，你又开始了一段新的数学学习之旅.

翻开新书，你会感受到数学世界的精彩：九年级下册主要内容有**解直角三角形**，**直线与圆的位置关系**，**三视图与表面展开图**.通过解直角三角形一章的学习，我们将认识一类新的函数，它为我们解决许多有关图形计算的问题提供了简洁的方法.在这一册中，我们将进一步学习圆的知识，了解直线与圆的位置关系及其应用.通过三视图与表面展开图的学习，将使我们建立起平面图形和立体图形的联系，如用三视图来描述几何体，简单几何体的表面展开图等.

这册新的数学教科书，保持了前几册的体例、结构和理念.“合作学习”，让你与同伴一起探索新的数学知识、新的数学方法；“探究活动”，使你亲身经历知识的发生过程，体验“发现”的快乐；“阅读材料”帮助你了解许多有趣的数学史实，开阔你的数学视野；而“设计题”和“课题学习”，则为你提高分析和解决问题的能力，并在数学中进行探索、实践和创新提供了机会.

数学是重要的基础学科，是学习物理、化学、地理、生物、经济等学科的必备知识；数学能培养我们的思考能力，增强逻辑性和精确性，使人思维缜密、思路清晰；数学更是认识世界，把握事物本质的科学，具有简洁之美，朴素之真.

数学是严谨的，它需要学习者有足够的勤奋和毅力；但数学也并不神秘，只要有充分的兴趣和良好的方法，每个人都可以学好它.

这套教科书按照教育部最新制订的《义务教育数学课程标准》（2011年版）编写，7～9年级共6册.我们殷切希望它能成为你的朋友，能够帮助你掌握数学知识，提高数学能力，欣赏数学魅力，享受学习乐趣.祝你学习快乐，学业进步！

编 者

目　录

第1章

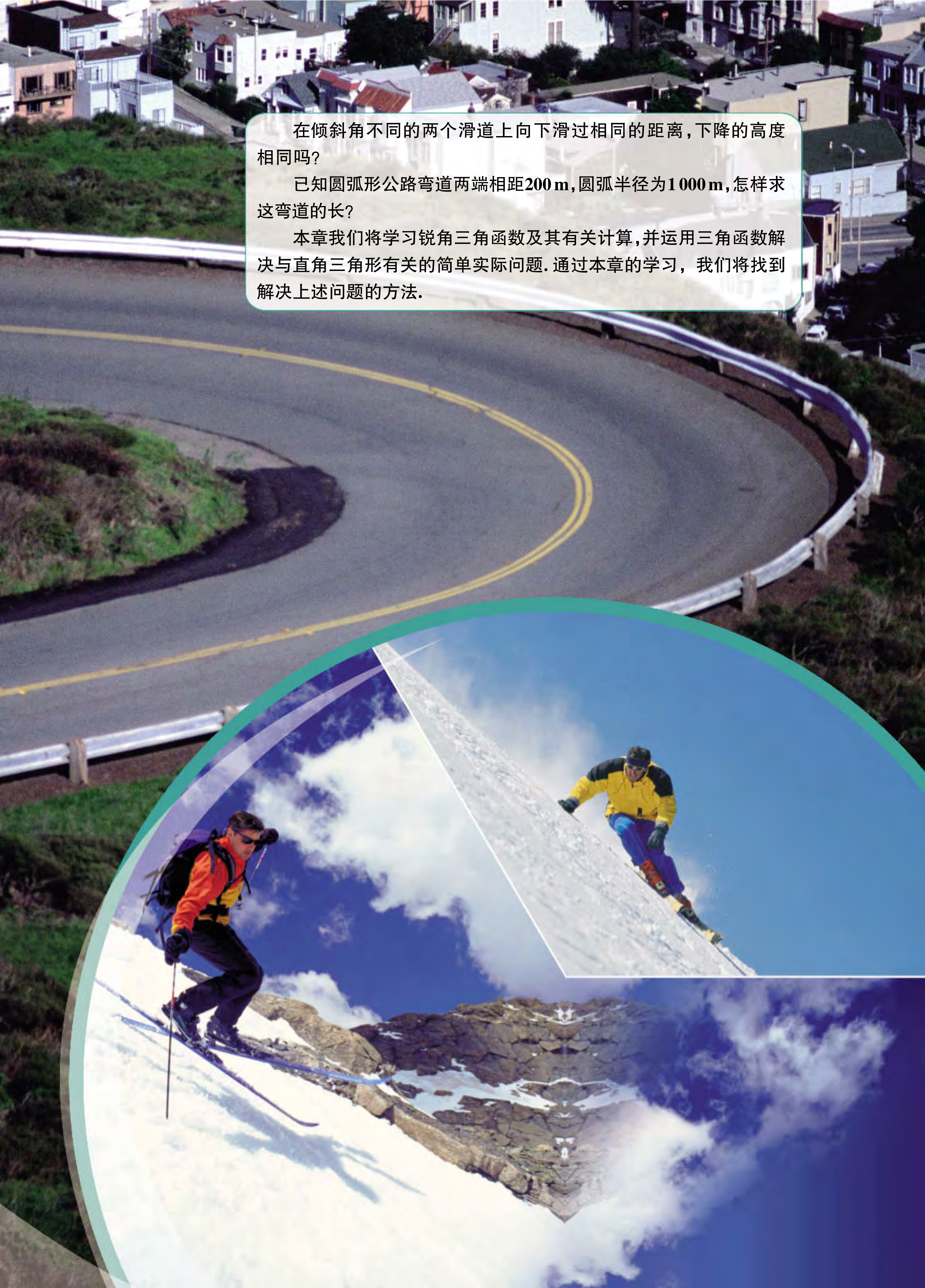
解直角三角形

目录 CONTENTS<<

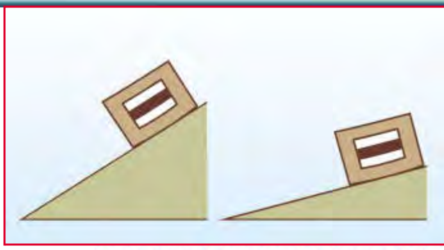
在倾斜角不同的两个滑道上向下滑过相同的距离，下降的高度相同吗？

已知圆弧形公路弯道两端相距200 m，圆弧半径为1 000 m，怎样求这弯道的长？

本章我们将学习锐角三角函数及其有关计算，并运用三角函数解决与直角三角形有关的简单实际问题. 通过本章的学习，我们将找到解决上述问题的方法.



1·1 锐角三角函数



两个物体在倾斜角不同的斜面上向上运动相同的距离，它们上升的高度相同吗？

从图 1-1 我们可以看到，在倾斜角（$\angle\alpha$，$\angle\beta$）不同的两个斜面上，物体移动的距离都是 l，而它在水平和铅垂两个方向上运动的距离却各不相同. 物体在斜面上运动时，在斜面、水平方向、铅垂方向所经过的距离，以及斜面的倾斜角之间有什么关系？

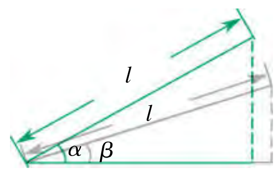


图 1-1

合作学习

1. 作一个 30°的 $\angle A$（图 1-2），在角的边上任意取一点 B，作 $BC\perp AC$ 于点 C. 计算 $\frac{BC}{AB}$，$\frac{AC}{AB}$，$\frac{BC}{AC}$ 的值，并将所得的结果与你的同伴所得的结果作比较.

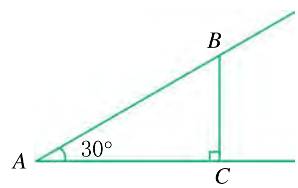


图 1-2

2. 作一个 50°的 $\angle A$（图 1-3），在角的边上任意取一点 B，作 $BC\perp AC$ 于点 C. 量出 AB，AC，BC 的长（精确到 1 mm），计算 $\frac{BC}{AB}$，$\frac{AC}{AB}$，$\frac{BC}{AC}$ 的值（精确到0.01），并将所得的结果与你的同伴所得的结果作比较.

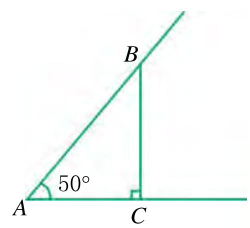


图 1-3

通过上面两个实践操作，你发现了什么？

3. 如图 1-4，B，B_1 是 $\angle\alpha$ 一边上的任意两点，作 $BC\perp AC$ 于点 C，$B_1C_1\perp AC_1$ 于点 C_1. 判断比值 $\frac{BC}{AB}$ 与 $\frac{B_1C_1}{AB_1}$，$\frac{AC}{AB}$ 与 $\frac{AC_1}{AB_1}$，$\frac{BC}{AC}$ 与 $\frac{B_1C_1}{AC_1}$ 是否相等，并说明理由.

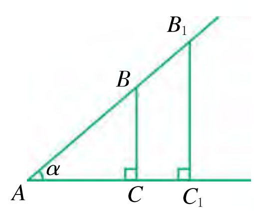


图 1-4

一般地，对于每一个确定的锐角 α（图1-4），在角的一边上任取一点 B，作 $BC \perp AC$ 于点 C，比值 $\frac{BC}{AB}, \frac{AC}{AB}, \frac{BC}{AC}$ 都是一个确定的值，与点 B 在角的边上的位置无关．而当锐角 α 变化时，比值 $\frac{BC}{AB}, \frac{AC}{AB}, \frac{BC}{AC}$ 都发生了变化，因此，我们把比值 $\frac{BC}{AB}, \frac{AC}{AB}, \frac{BC}{AC}$ 看做是关于锐角 α 的函数．比值 $\frac{BC}{AB}$ 叫做 $\angle\alpha$ 的**正弦**（sine），记做 $\sin\alpha$，即 $\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$．同样，比值 $\frac{AC}{AB}$ 叫做 $\angle\alpha$ 的**余弦**（cosine），记做 $\cos\alpha$，即 $\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$；比值 $\frac{BC}{AC}$ 叫做 $\angle\alpha$ 的**正切**（tangent），记做 $\tan\alpha$，即 $\tan\alpha = \frac{BC}{AC}$．

注　意

$\sin\alpha$，$\cos\alpha$，$\tan\alpha$ 都是一个完整的符号，单独的“sin”没有意义．其中 α 前面的“$\angle$”一般省略不写．

锐角 α 的正弦、余弦和正切统称 $\angle\alpha$ 的**三角函数**（trigonometric function）．

如果 $\angle A$ 是 Rt$\triangle ABC$ 的一个锐角（图1-5），则有

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}};$$

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}};$$

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}}.$$

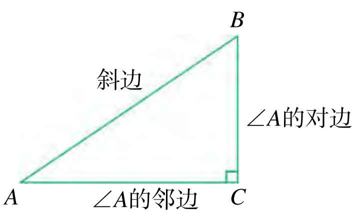


图 1-5

锐角三角函数的值都是正实数，并且 $0 < \sin\alpha < 1$，$0 < \cos\alpha < 1$（为什么？）．

例1　如图 1-6，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C = \text{Rt}\angle$，$AB = 5$，$BC = 3$．求 $\angle A$ 的正弦、余弦和正切．

解　如图 1-6，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB = 5$，$BC = 3$，

$\therefore \quad AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$

$\therefore \quad \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$，$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$，

$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}.$

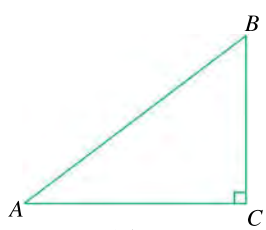
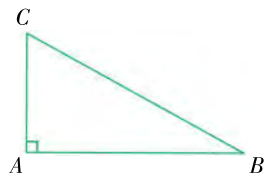


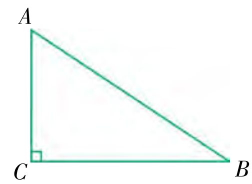
图 1-6

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图,在 Rt△ABC 中,∠A=Rt∠. 写出∠B 的对边和邻边,∠C的对边和邻边.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图,在 Rt△ABC 中,∠C=Rt∠,AC=2,BC=3. 求:

（1）$\sin A$,$\cos B$.

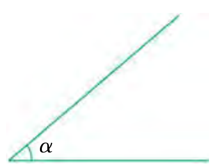
（2）$\cos A$,$\sin B$.

（3）观察(1)(2)中的计算结果,你发现了什么? 请说明理由.

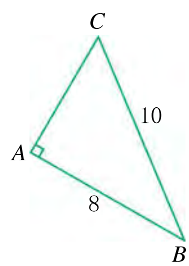
3. 根据本节“合作学习”中第 1 题的探索结果,说出 30°角的正弦、余弦、正切的值.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 已知∠α（如图）,根据三角函数的定义求 $\sin\alpha$,$\cos\alpha$,$\tan\alpha$.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图,在 Rt△ABC 中,∠A=Rt∠,AB=8,BC=10. 求 $\sin C$,$\cos C$,$\tan C$.

3. 在Rt△ABC 中,∠C=90°,AC=5 cm,BC=$2\sqrt{6}$ cm. 求∠A,∠B 的正弦、余弦和正切的值.

4. 在Rt△ABC 中,∠C=90°,$AC:BC$=1:2. 求 $\tan B$,$\sin B$,$\cos B$.

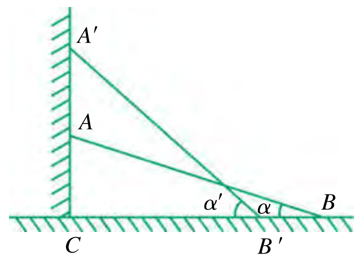
5. 已知a,b,c分别是Rt△ABC中$\angle A,\angle B,\angle C$的对边，$\angle C=90°$.

(1) 用关于a,b,c的代数式表示$\angle A,\angle B$的正弦和余弦.

(2) 用关于a,b的代数式表示$\tan A$和$\tan B$，你发现了什么？

B 6. 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{3}{5}$. 求$\cos A$，$\tan A$.

7. 如图，一根3 m长的竹竿AB斜靠在墙上，当端点A离地面的高度AC长为1 m时，竹竿AB的倾斜角α的正切$\tan\alpha$的值是多少？当端点A位于A'，离地面的高度$A'C$为2m时，倾斜角α'的正切$\tan\alpha'$的值是多少？$\tan\alpha$的值可以大于100吗？



（第7题）

2

现在我们来求30°角的三角函数值.

如图1-7，$\angle A=30°$. 在$\angle A$的一边上任取一点B，作BC垂直于$\angle A$的另一条边于点C，则$AB=2BC$（为什么？）.

$$\therefore\quad AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{(2BC)^2-BC^2}=\sqrt{4BC^2-BC^2}=\sqrt{3}\,BC.$$

$$\therefore\quad \sin 30°=\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{BC}{2BC}=\frac{1}{2};$$

$$\cos 30°=\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{3}\,BC}{2BC}=\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\tan 30°=\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{BC}{\sqrt{3}\,BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

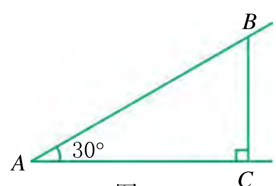


图1-7

想一想

你能利用图1-7，得到60°角的三角函数值吗？

做一做 ZUOYIZUO

1. 求 45°角的正弦、余弦和正切.

2. 根据上面的结果,将30°,45°,60°角的三角函数值填入下表.

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			

例2 求下列各式的值:

(1) $2\sin 30°-3\cos 60°$.

(2) $\cos^2 45°$[1]$+\tan 60°\cdot\sin 60°$.

(3) $\sqrt{3}\cos 30°-\sqrt{2}\sin 45°+\tan 45°\cdot\cos 60°$.

解 (1) $2\sin 30°-3\cos 60°$

$$=2\times\frac{1}{2}-3\times\frac{1}{2}$$

$$=-\frac{1}{2}.$$

(2) $\cos^2 45°+\tan 60°\cdot\sin 60°$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=2.$$

(3) $\sqrt{3}\cos 30°-\sqrt{2}\sin 45°+\tan 45°\cdot\cos 60°$

$$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1\times\frac{1}{2}$$

$$=1.$$

[1] $\cos^2 45°$表示$(\cos 45°)^2$,下同.

例3 如图 1-8,在$\triangle ABC$中,$AB=AC=8\text{ cm}$,$\angle BAC=120°$.求 BC 的长和$\triangle ABC$的面积.

解 如图 1-8,作 $AD\perp BC$ 于点 D.

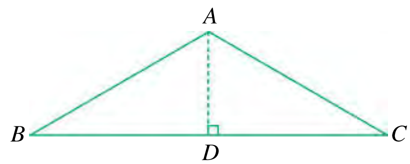


图 1-8

在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,$\angle BAC=120°$,

$$\therefore\quad \angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=60°.$$

$$\because\quad \sin\angle BAD^{[1]}=\frac{BD}{AB},$$

$$\therefore\quad BD=AB\sin\angle BAD=8\sin 60°$$

$$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm}).$$

$$\therefore\quad BC=2BD=8\sqrt{3}\,(\text{cm}).$$

$$\because\quad \cos\angle BAD=\frac{AD}{AB},$$

$$\therefore\quad AD=AB\cos\angle BAD=8\cos 60°=8\times\frac{1}{2}=4(\text{cm}).$$

$$\therefore\quad S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 4=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2).$$

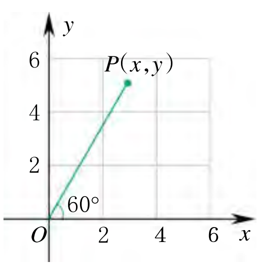
课内练习 KENEILIANXI

1. 计算:

(1) $\cos 30°\cdot\sin 60°$.

(2) $\sin^2 45°-2\sin 45°\cdot\cos 60°$.

(3) $\sin^2 30°+\cos^2 30°$.



(第 2 题)

2. 如图,点 P 到坐标原点 O 的距离 $OP=6$,OP 与 x 轴的夹角为 60°.求点 P 的坐标.

3. 计算$\dfrac{\sin 30°}{\cos 30°}$与 $\tan 30°$,$\dfrac{\sin 60°}{\cos 60°}$与 $\tan 60°$,你发现了什么?对于任意锐角 α,是否都有$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$? 请说明理由.

[1] 当用三个字母或数字表示角时,在三角函数式中需写上角的符号"∠".

作业题

A **1.** 求下列各式的值：

（1）$3\tan 45°+2\sin 30°$.

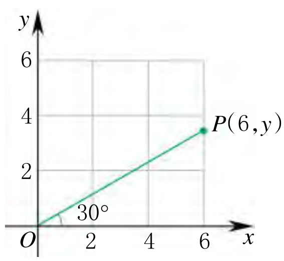
（2）$16\cos^2 45°-\frac{1}{3}\tan^2 60°$.

（3）$\sqrt{2}\sin 45°-\sqrt{3}(\sin 60°-2\cos 30°)$.

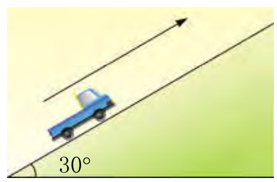
（4）$\frac{3\tan 30°-2\tan 60°}{\cos 60°}+4\sin 60°$.

2. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$\angle A=45°$，$AB=4$. 求 BC，AC 的长.

3. 在直角坐标系中，点 P 的位置如图所示. 求点 P 的纵坐标 y 和 OP 的长.



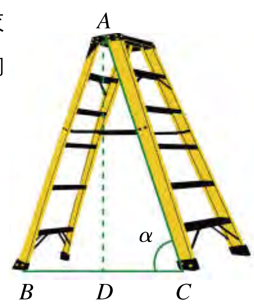
（第 3 题）



（第 4 题）

4. 一辆卡车沿倾斜角为 30°的斜坡向上行驶 100 m，分别求卡车沿水平方向和铅垂方向所经过的距离.

B **5.** 如图，梯子 AB 的长为 2.8 m. 当 α=60°时，求梯子顶端离地面的高度 AD 和两梯脚之间的距离 BC. 当 α=45°时呢？



（第 5 题）

6. 计算下列各式：

（1）$\cos^2 45°+\sin^2 45°$.

（2）$\cos^2 60°+\sin^2 60°$.

你发现了什么？对任意锐角 α，是否都有 $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$？请说明理由.

1·2 锐角三角函数的计算

已知圆弧形公路弯道的两端相距 200 m，圆弧半径为 1 km，你能求出弯道的长吗?

①

如图 1-9 和图 1-10，将一个直角三角形形状的楔子（Rt△ABC）从木桩的底端点 P 沿水平方向打入木桩底下，可以使木桩向上运动. 如果楔子斜面的倾斜角为 10°，楔子沿水平方向前进 5 cm（如箭头所示），那么木桩上升多少厘米?

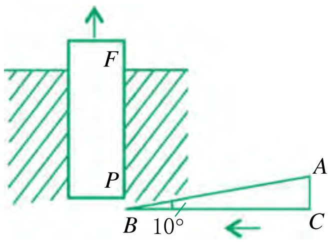


图 1-9

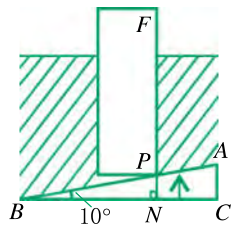


图 1-10

观察图 1-10，易知，当楔子沿水平方向前进 5 cm，即 $BN=5\text{cm}$ 时，木桩上升的距离为 PN.

在 Rt△PBN 中，

$$\because \quad \tan 10° = \frac{PN}{BN},$$

$$\therefore \quad PN = BN \cdot \tan 10° = 5\tan 10° (\text{cm}).$$

那么 tan10°等于多少呢？对于不是 30°，45°，60°这些特殊角的三角函数值，可以用科学计算器来求.

用科学计算器可以求任何锐角的三角函数值. 一种比较普遍的按键方法如表 1-1❶.

表 1–1

	按键顺序	显示结果
sin 30°	sin 3 0 =	0.5
cos 55°	cos 5 5 =	0.573 576 436 4
tan 86°17′	tan 8 6 °′″ 1 7 °′″ =	15.394 276 04

注 意

本套教科书涉及三角函数求值问题，除特殊角或明确说明外，一般可用计算器求值.

❶ 不同型号计算器的按键方法不一定相同，请参看相应计算器的说明书，下同.

做一做 ZUOYIZUO

1. 求下列三角函数值(精确到 0.000 1)：

$\sin 60°$，$\cos 70°$，$\tan 45°$，$\sin 29.12°$，$\cos 37°42'6''$，$\tan 18°31'$.

2. 解答本节开头提出的有关木桩运动的问题(PN 的值精确到 0.000 1).

例1　如图 1-11，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=12$ cm，$\angle A=35°$. 求$\triangle ABC$ 的周长和面积(周长精确到 0.1cm，面积精确到 0.1cm^2).

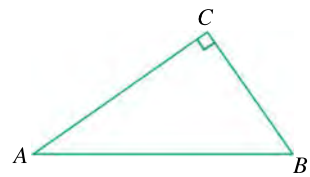


图 1-11

解　在 Rt$\triangle ABC$ 中，

$\because\quad \sin A=\dfrac{BC}{AB}$，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}$，

$\therefore\quad BC=AB\cdot\sin A$，$AC=AB\cdot\cos A$.

$\therefore\quad \triangle ABC$ 的周长

$$=AB+BC+AC$$
$$=AB+AB\cdot\sin A+AB\cdot\cos A$$
$$=AB(1+\sin A+\cos A)$$
$$=12(1+\sin 35°+\cos 35°)$$
$$\approx 28.7(\text{cm});$$

按键顺序：1 2 (1 + sin 3 5) + cos 3 5)) =

$\triangle ABC$ 的面积

$$=\frac{1}{2}AC\cdot BC$$
$$=\frac{1}{2}AB\cdot\cos A\cdot AB\cdot\sin A$$
$$=\frac{1}{2}AB^2\cdot\sin A\cdot\cos A$$
$$=\frac{1}{2}\times 12^2\times\sin 35°\cdot\cos 35°$$
$$\approx 33.8(\text{cm}^2).$$

按键顺序：1 ÷ 2 × 1 2 x^2 × sin 3 5) × cos 3 5) =

答：$\triangle ABC$ 的周长约为 28.7 cm，面积约为 33.8 cm^2.

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算下列各式：

（1）$\sin 25°+\cos 65°$（精确到 0.000 1）.

（2）$\sin 36°\cdot\cos 72°$（精确到 0.000 1）.

（3）$\tan 56°\cdot\tan 34°$.

2. 求下列余弦值（精确到 0.000 1），并把它们按从小到大的顺序用“$<$”连接.

$\cos 27°12'$，$\cos 85°$，$\cos 63°36'15''$，$\cos 54°23'$，$\cos 38°39'52''$.

探究活动 TANJIUHUODONG

前面我们已经发现锐角三角函数之间的一些关系，如

$$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\quad \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$$

探索下列关系式是否成立（$0°<\alpha<90°$）.

（1）$\sin\alpha+\cos\alpha\leqslant 1$.

（2）$\sin 2\alpha=2\sin\alpha$.

（3）当 $0°<\alpha<\beta<90°$ 时，$0<\sin\alpha<\sin\beta<1$.

作业题 ZUOYETI

A

1. 求下列三角函数值（精确到 0.000 1）：

（1）$\sin 15°26'$，$\sin 57°33'8''$.

（2）$\cos 70°$，$\cos 50°18'$，$\cos 80°7'35''$.

（3）$\tan 3°12'5''$，$\tan 40°55'$，$\tan 73°3'$.

2. 求下列正切值（精确到 0.000 1），然后用“$<$”把它们连接起来.

$\tan 53°49'$，$\tan 14°32'$，$\tan 89°43'22''$，$\tan 60°$，$\tan 7°$.

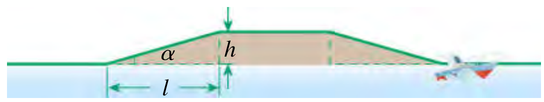
3. 计算：$3\tan 10°-2\sin 20°+\cos 60°$（精确到 0.001）.

4. 计算：

（1）$\dfrac{\sin 70^\circ}{\cos 70^\circ}$（精确到 0.001）.

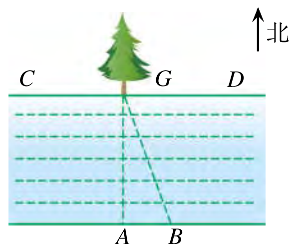
（2）$\tan 35^\circ \times \cos 35^\circ - \sin 35^\circ$.

B 5. 某河道上要建造一座公路桥，为了使船只能顺利通过，桥面离水面的高度 h 不小于 3 m. 如果要求引桥的坡角[1] α 不超过 15°，那么引桥的水平距离 l 至少要多长（精确到 0.1 m）？



（第 5 题）

6. 如图，河两岸 AB，CD 互相平行，小明和小慧要测量河的宽度，小明在 A 点测得对岸河边的树 G 正好在他的正北方向，小慧站在小明正东方向的 B 点，测得 $\angle ABG = 70^\circ$，A，B 两点之间的距离是 5 m. 根据上述测量数据，你能求出河的宽度吗（精确到 0.1 m）？



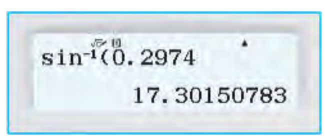
（第 6 题）

2

在生活和生产实际中经常遇到这样的问题：已知一个角的三角函数值，要求这个角的度数. 这类问题同样可以通过计算器来解决.

已知三角函数值求角度，要用到 sin cos tan 键的第二功能“$\sin^{-1}$”“$\cos^{-1}$”“$\tan^{-1}$”. 例如，已知 $\sin\alpha = 0.297\,4$，求锐角 α. 按键顺序为：

SHIFT $\sin^{-1}$ 0 . 2 9 7 4 =



即 $\alpha = 17.301\,507\,83^\circ$.

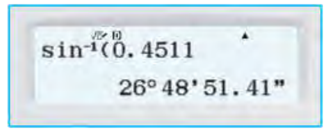
如果再按“度分秒键 °′″”，就换算成“度分秒”的形式，即 $\alpha = 17^\circ 18' 5.43''$.

[1] 坡面的倾斜角叫做坡角.

例2 根据下面的条件,求锐角 β 的大小(精确到 $1''$).

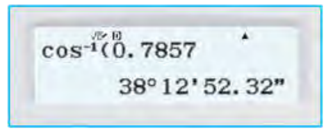
(1) $\sin\beta=0.451\ 1$. (2) $\cos\beta=0.785\ 7$. (3) $\tan\beta=1.403\ 6$.

解 (1) 按键顺序为:



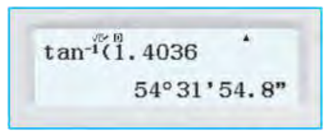
得 $\beta\approx26°48'51''$.

(2) 按键顺序为:



得 $\beta\approx38°12'52''$.

(3) 按键顺序为:



得 $\beta\approx54°31'55''$.

例3 如图 1-12,一段公路弯道呈圆弧形,测得弯道$\overset{\frown}{AB}$两端的距离为 200 m,$\overset{\frown}{AB}$的半径为 1 000 m. 求弯道的长(精确到 0.1 m).

分析 因为$\overset{\frown}{AB}$的半径已知,根据弧长公式 $l=\dfrac{n\pi R}{180}$,要求弯道$\overset{\frown}{AB}$的长,只要求出$\overset{\frown}{AB}$所对圆心角$\angle AOB$ 的度数.

如图 1-12,作 $OC\perp AB$,垂足为 C,则 OC 平分$\angle AOB$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OCB$ 中,$BC=\dfrac{1}{2}AB=100\ \mathrm{m}$,$OB=1\ 000\ \mathrm{m}$,

于是有 $\sin\angle BOC=\dfrac{1}{10}$.

利用计算器求出$\angle BOC$ 的度数,就能求出$\angle AOB$ 的度数.

请你自己完成本例的求解过程.

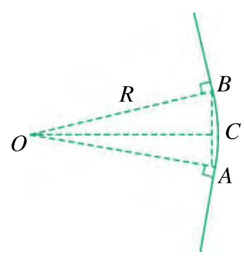


图 1-12

课内练习 KENEILIANXI

1. 已知下列三角函数值,求锐角 α,β,γ 的大小(精确到 $1''$).

（1）$\sin\alpha=0.7083$, $\sin\beta=0.9371$, $\sin\gamma=0.2460$.

（2）$\cos\alpha=0.8290$, $\cos\beta=0.7611$, $\cos\gamma=0.2996$.

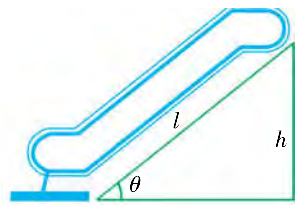
（3）$\tan\alpha=0.3314$, $\tan\beta=2.2320$, $\tan\gamma=31.8182$.

2. 在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle C=$Rt$\angle$. 根据下列条件求各个锐角(精确到 $1'$).

（1）$AB=3, AC=1$.

（2）$AC=5, BC=4$.

3. 如图,测得一商场自动扶梯的长 l 为 8m,该自动扶梯到达的高度 h 为 5m. 问：自动扶梯与地面所成的角 θ 是多少度(精确到 $1'$)?



(第 3 题)

作业题 ZUOYETI

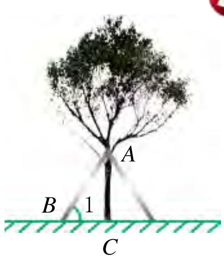
A

1. 已知下列各锐角的三角函数值,求这些锐角的大小(精确到 $1''$).

（1）$\sin\alpha=0.6841$, $\sin A=0.5136$, $\sin\theta=0.0526$.

（2）$\cos\alpha=0.3241$, $\cos A=0.2839$, $\cos\theta=0.5412$.

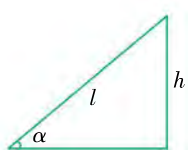
（3）$\tan\alpha=3.2672$, $\tan A=2.3780$, $\tan\theta=57.82$.



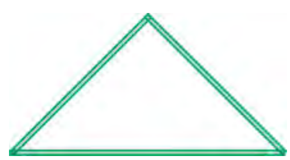
(第 2 题)

2. 在台风来临之前,有关部门用钢管加固树木(如图).已知固定点 A 离地面的高度 AC 为 3 m, 钢管脚的支撑点 B 离树干底部 C 点的距离为 2 m. 求钢管与地面所成角$\angle 1$ 的大小(精确到 $1''$).

3. 如图,某游乐场一山顶滑梯的高 h 为 8 m,滑梯的长 l 为 14 m. 求滑梯坡角 α 的大小(精确到 $1'$).

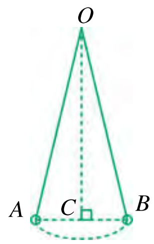


(第 3 题)

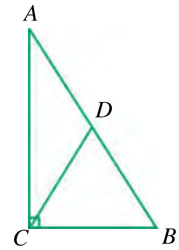

(第 4 题)

4. 用三根长度分别为 80 cm,60 cm,60 cm 的木条做成一个等腰三角形(如图),这个等腰三角形各个内角的大小分别为多少(精确到 $1''$)?

B **5.** 如图，一个钟摆的摆长 OA 为 1.5 m，摆幅（$\overset{\frown}{AB}$两端的距离）为 20 cm. 求钟摆每摆动一次摆端经过的路程（结果精确到 1 cm）.



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，在 Rt△ACB 中，$\angle ACB$ = Rt∠，D 是 AB 的中点，$\tan\angle ACD=\frac{1}{3}$. 求∠$A$，∠$B$ 的度数（精确到 $1'$）.

PROJECT 设计题 SHEJITI

我们知道，圆周率是指“圆周长与该圆直径的比率”，这是一个不变的常数，借助它可以进行关于圆和球体的计算. 显然，圆周率数值的“准确性”，关系到有关计算的准确性和精确度.

刘徽于公元263年撰《九章算术注》中指出，“周三径一”不是圆周率值，实际上是圆内接正六边形周长和直径的比值（图 1-13）. 刘徽发现，圆内接正多边形边数无限增加时，多边形的周长就无限逼近圆周长，从而创立“割圆术”，为计算圆周率建立起相当严密的理论和完善的算法. 用这种方法，刘徽算出了 π 的近似值：3. 141 6.

请查阅有关资料，了解“割圆术”这种数学方法. 对此你会提出哪些感兴趣的数学问题？请说说你解决这些问题的大体思路和方法. 你能解决以下两个问题吗？请试一试.

（1） 用圆内接正多边形的周长代替圆周长，求出一个圆周率的近似值（精确度自定）.

（2） 得到3. 1416这个 π 的近似值至少要把圆几等分？你能求出精确度更高，精确到0. 000 01的圆周率的近似值吗？请说出你的方法和结果.

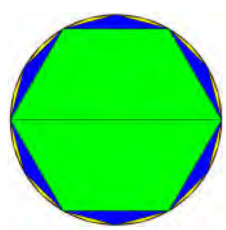


图 1-13

1·3 解直角三角形

某些城市规划中，将多层住宅的平屋顶改建成坡屋顶，这样能有效解决顶楼住宅的渗漏、隔热差等问题，并且美化居住景观. 这个改造工程也称为“平改坡”工程.

1

在日常生活和生产实践中，人们经常遇到有关三角形的边长与角度的计算. 在直角三角形中，由已知的一些边、角，求出另一些边、角的过程，叫做**解直角三角形**(solving right-angled triangles).

例1 图 1-14 是某市“平改坡”工程中一种坡屋顶的设计图. 已知原平屋顶的宽度 l 为 10 m，坡屋顶高度 h 为 3.5 m. 求斜面钢条 a 的长度和坡角 α（长度精确到 0.1 m，角度精确到 1°）.

解 如图 1-14，

$$a=\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+h^2}=\sqrt{5^2+3.5^2}\approx 6.1(\mathrm{m}).$$

$$\because\quad \tan\alpha=\frac{h}{\frac{l}{2}}=\frac{3.5}{5}=0.7,$$

$$\therefore\quad \alpha\approx 35°.$$

答：斜面钢条 a 的长度约为 6.1 m，坡角 α 约为 35°.

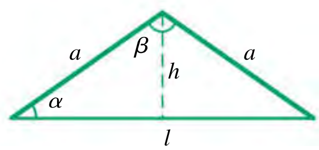


图 1-14

例2 如图 1-15，在 Rt△ACB 中，$\angle C=90°$，$\angle A=50°$，$AB=3$. 求 $\angle B$ 和 a，b（边长精确到 0.1）.

解 如图 1-15，在 Rt△ACB 中，$\angle B=90°-50°=40°$.

$$\because\quad \sin A=\frac{a}{AB},$$

$$\therefore\quad a=AB\cdot\sin A=3\sin 50°\approx 2.3.$$

$$\because\quad \cos A=\frac{b}{AB},$$

$$\therefore\quad b=AB\cdot\cos A=3\cos 50°\approx 1.9.$$

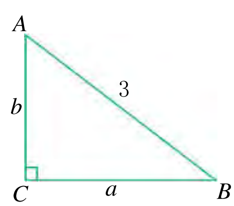


图 1-15

课内练习 KENEILIANXI

1. 在 Rt△ABC 中，a,b,c 分别是∠A，∠B 和∠C 的对边，∠C=Rt∠. 根据下列条件解直角三角形(边长精确到 0.1,角度精确到1°).

   (1) $c=10$, $\angle A=30°$.　　(2) $b=4$, $\angle B=72°$.

   (3) $a=5$, $c=7$.　　(4) $a=20$, $\sin A=\frac{1}{2}$.

2. 已知在 Rt△ABC 中，∠C=Rt∠, $a=5$, $\angle B=54°33'$. 求∠A 和 b,c(边长精确到 0.1).

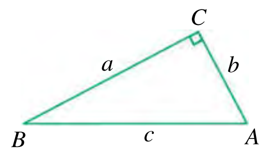
作业题 ZUOYETI

A

1. 如图,在 Rt△ABC 中,∠C=Rt∠.

   (1) 已知∠A 和 c,则 a=______,b=______.

   (2) 已知∠B 和 b,则 a=______,c=______，△ABC 的面积 S=__________.



(第 1 题)

2. 在 Rt△ABC 中,∠C=Rt∠,$AC=6$,$BC=8$. 求∠B 的三角函数值,并求出∠A,∠B 的度数(精确到 1°).

3. 在 Rt△ABC 中,∠C=Rt∠. 根据下列条件解直角三角形.

   (1) $b=10$, $\angle A=60°$.

   (2) $a=2\sqrt{5}$, $b=2\sqrt{15}$.

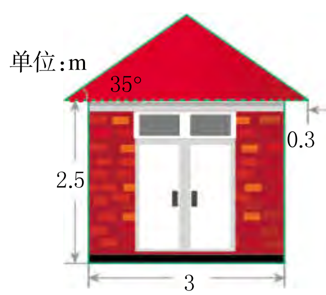
4. 在 Rt△ABC 中,∠C=Rt∠. 根据下列条件解直角三角形(长度精确到 0.1,角度精确到 1″).

   (1) $c=7$, $\angle A=36°$.

   (2) $a=6$, $\cos B=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

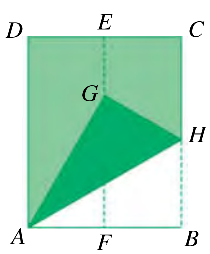
B

5. 一个住宅区的配电房示意图如图所示,它是一个轴对称图形. 求配电房房顶离地面的高度(精确到 0.1 m).



(第 5 题)

6. 如图,在一张长方形纸片 $ABCD$ 中,AD=25 cm,AB=20 cm,点 E,F 分别是 CD 和 AB 的中点. 现将这张纸片按图示方式折叠,求∠DAH 的大小及 EG 的长(精确到 0.1 cm).



(第 6 题)

许多有关图形的计算问题都可以直接或通过添辅助线，化归为解直角三角形问题来解决.

例3 水库堤坝的横断面是梯形(图1-16). 测得 BC 长为 6 m，CD 长为 60 m，斜坡 CD 的坡比为 1∶2.5，斜坡 AB 的坡比为 1∶3. 求：

(1) 斜坡 CD 的坡角 $\angle D$ 和坝底 AD 的宽(角度精确到1′，宽度精确到 0.1 m).

(2) 若堤坝长150 m，则建造这个堤坝需用多少土石方(精确到 1 m^3)?

解 (1) 如图 1-16，作 $BE\perp AD$，$CF\perp AD$，点 E，F 为垂足.

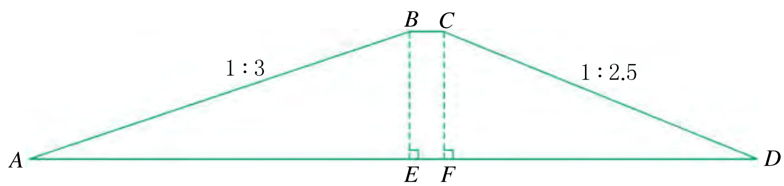


图 1-16

在 Rt$\triangle CFD$ 中，$\tan D=\dfrac{CF}{FD}=\dfrac{1}{2.5}=0.4$，

$\therefore\quad \angle D\approx 21°48'$.

$\therefore\quad CF=CD\times\sin D=60\times\sin 21°48'\approx 22.28$(m)，

$\quad\quad DF=CD\times\cos D=60\times\cos 21°48'\approx 55.71$(m).

$\because\quad \dfrac{BE}{AE}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore\quad AE=3BE=3CF=66.84$(m)，

$\therefore\quad AD=AE+EF+DF=AE+BC+DF$

$\quad\quad\quad =66.84+6+55.71=128.55\approx 128.6$(m).

(2) 横断面的面积 $S=\dfrac{1}{2}(BC+AD)\times CF$

$$=\frac{1}{2}(6+128.55)\times 22.28$$

$$\approx 1\,498.9(\mathrm{m}^2)，$$

需用土石方 $V=Sl=1\ 498.9\times150=224\ 835(\text{m}^3)$.

答：斜坡 CD 的坡角约为 $21°48'$，坡底宽约为 128.6 m，建造这个大坝需用土石方约为 224 835 m^3.

例4 体育项目 400 m 栏比赛中，规定相邻两栏架之间的路程为 35 m. 在弯道处，以跑道离内侧线 0.3 m 处的弧线(图 1-17 中虚线)的长度作为相邻两栏架之间的间隔路程. 已知跑道的内侧线半径为 36 m. 问：在设定 A 栏架后，B 栏架离 A 栏架的距离是多少(结果精确到 0.1 m)?

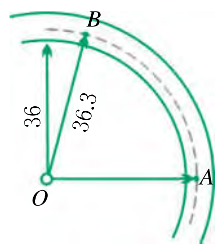


图 1-17

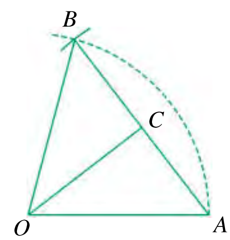


图 1-18

解 如图 1-18，连结 AB. 由题意，得

$\overset{\frown}{AB}=35\text{ m}$，$OB=36.3\text{ m}$.

设 $\angle AOB=n°$，

由弧长公式 $l=\dfrac{n\pi R}{180}$，可以得到

$$n=\frac{180l}{\pi R}=\frac{180\times35}{36.3\pi}.$$

作 $OC\perp AB$ 于点 C.

$\because\quad OA=OB$，

$\therefore\quad AC=BC$，$\angle AOC=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{n}{2}$.

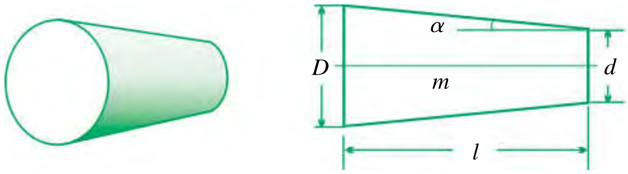
$\therefore\quad AB=2AC=2OA\sin\angle AOC$

$$=2\times36.3\times\sin\left(\frac{180\times35}{2\times36.3\pi}\right)^\circ\approx33.7(\text{m}).$$

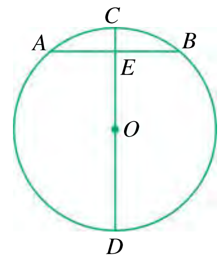
答：设定 A 栏架的位置后，B 栏架离 A 栏架的距离约为 33.7 m.

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图，一个零件的轴截面为梯形，且关于直线 m 成轴对称. 已知倾角$\alpha=5.2°$，零件的长度 $l=20$ cm，大头直径 $D=10$ cm. 求小头直径 d（精确到 0.1 cm）.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，$\odot O$ 的直径为 10 cm，直径 $CD \perp AB$ 于点 E，$OE=4$ cm. 求$\overset{\frown}{AB}$的长（精确到 0.1 cm）.

探究活动 TANJIUHUODONG

如图 1-19，在圆内接正十边形中，AB 是正十边形的一条边，M 是$\angle ABO$ 的平分线与半径 OA 的交点.

（1）设$\odot O$ 的半径为 R，用关于 R 的代数式表示正十边形的边长 AB.

（2）你发现$\sin 18°$和黄金比有怎样的关系？

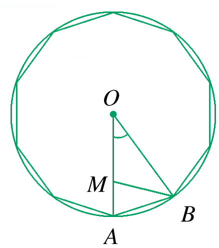
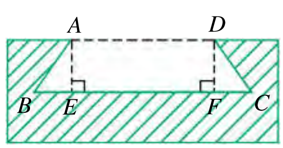


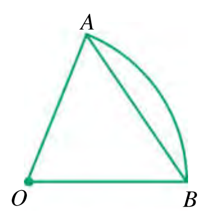
图 1-19

作业题 ZUOYETI

A **1.** 如图，燕尾槽的横断面 $ABCD$ 是等腰梯形，其中燕尾角$\angle B=\angle C=55°$，外口宽 $AD=188$ mm，深度 $AE=70$ mm. 求该燕尾槽的里口宽 BC（精确到 1 mm）.



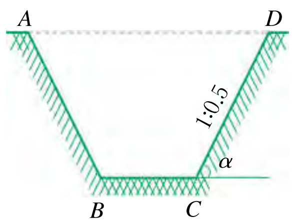
（第 1 题）



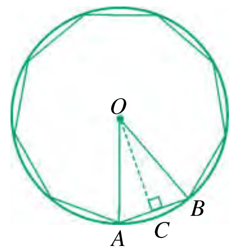
（第 2 题）

2. 如图，某公路弯道两端 A，B 的距离为 1.72 km，弯道半径 OA 为 1.5 km. 求弯道$\overset{\frown}{AB}$的长（精确到 0.01 km）.

3. 某村计划挖一条引水渠，渠道的横断面 $ABCD$ 是一个梯形(如图). 已知渠底宽 BC 为 0.8 m，渠道深为 1.2 m，两渠壁 $AB=CD$，坡比均为 1∶0.5. 求渠口宽 AD 及倾角 α 的度数（精确到$1°$).



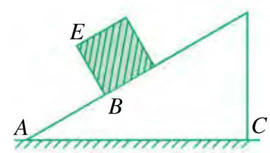
（第 3 题）



（第 4 题）

B 4. 一角硬币的正面有一个正九边形，示意图如图所示，其外接圆直径为 2.25 cm. 求该正九边形的边长(精确到 0.01 cm)和面积(精确到 0.01 cm^2).

5. 一个长方体木箱沿斜面下滑，当木箱滑至如图所示位置时，$AB=2$ m. 已知木箱高 $BE=1$ m，斜面坡角为 32°. 求木箱端点 E 距地面 AC 的高度(精确到 0.01 m).



（第 5 题）

C 6. 已知在△ABC 中，$AB=5$ cm，$AC=4$ cm，AB和 AC 的夹角为 α. 设△ABC 的面积为 S(cm^2).
（1）若 α为锐角，求 S 关于α的函数表达式. 若α为钝角呢？
（2）何时△ABC 的面积最大？最大面积为多少？

3

下面我们继续探索解直角三角形在解决实际问题中的一些应用.

例5　某海防哨所 O 发现在它的北偏西30°，距离哨所 500 m 的 A 处有一艘船向正东方向航行，经过 3 分钟后到达哨所东北方向的 B 处. 求船从 A 处到 B 处的航速(精确到 1 km/h).

分析　对没有附图的测量问题，一般我们可先根据题意画出示意图(图 1-20). 由图 1-20 容易看出，要求船的航速，只需求出 A，B 间的路程，这可化归为解 Rt△AOC 与Rt△BOC.

解 根据题意画出示意图，如图 1-20.

在 Rt$\triangle AOC$ 中，

$OA=500$ m，$\angle AOC=30°$，

$\therefore\ AC=OA\sin\angle AOC=500\times\sin 30°$

$=500\times\frac{1}{2}=250$(m)，

$OC=OA\cos\angle AOC=500\times\cos 30°$

$=500\times\frac{\sqrt{3}}{2}=250\sqrt{3}$(m).

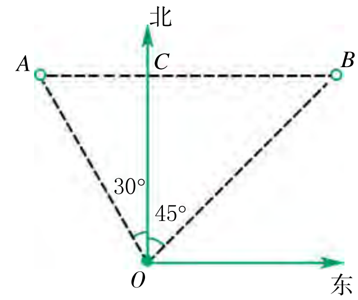


图 1-20

在 Rt$\triangle BOC$ 中，$\angle BOC=45°$，

$\therefore\ BC=OC=250\sqrt{3}$(m)，

$\therefore\ AB=AC+BC=250+250\sqrt{3}=250(1+\sqrt{3})$(m).

所以船的航速为 $250(1+\sqrt{3})\div3\times60\approx14\,000$(m/h)=14(km/h).

答：船从 A 处到 B 处的航速约为 14 km/h.

例6 如图1-21，测得两楼之间的距离为 32.6 m，从楼顶点 A 观测点 D 的俯角为 $35°12'$，点 C 的俯角为 $43°24'$. 求这两幢楼的高度(精确到 0.1 m).

分析 如图1-21，过 D 作 $DE\perp AB$，垂足为 E. 显然，问题可转化为解 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle AED$.

解 在 Rt$\triangle ABC$ 中，

$\angle ACB=\angle FAC=43°24'$，

$\therefore\ AB=BC\times\tan\angle ACB$

$=32.6\times\tan 43°24'$

$\approx30.83\approx30.8$(m).

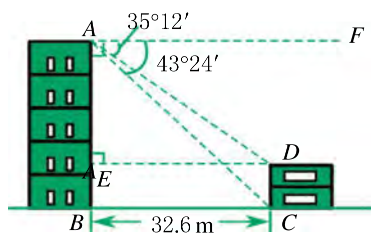


图 1-21

在 Rt$\triangle AED$ 中，

$\angle ADE=\angle DAF=35°12'$，

$DE=BC=32.6$(m)，

$\therefore\ AE=DE\times\tan\angle ADE$

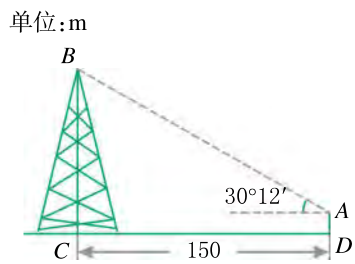
$=32.6\times\tan 35°12'\approx23.00$(m).

$\therefore\ CD=AB-AE\approx30.83-23.00=7.83\approx7.8$(m).

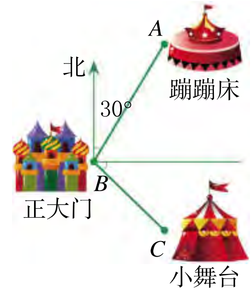
答：两幢楼高分别约为 30.8 m 和 7.8 m.

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图，在离铁塔 150 m 的 A 处，用测倾仪测得塔顶的仰角为 $30°12'$，测倾仪高 AD 为 1.52 m. 求铁塔高 BC（精确到 0.1 m）.



（第 1 题）



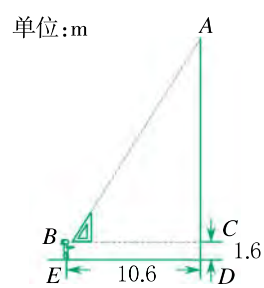
（第 2 题）

2. 如图是某少年宫局部景点示意图.“蹦蹦床”A 在“正大门”B 的北偏东30°方向，在“小舞台”C 的正北方向；“小舞台”C 在“正大门”B 的东南方向 60 m 处. 问：“小舞台”和“蹦蹦床”之间相距多少米？“蹦蹦床”距离“正大门”多少米？

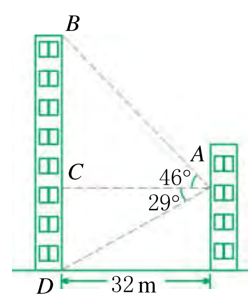
3. 在地面上的 A 点测得树顶端 C 的仰角为 30°，沿着向树的方向前进 6 m 到达 B 点，在 B 点测得树顶端 C 的仰角为 45°. 请画出示意图，并求出树高（精确到 0.1 m）.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 小慧的眼睛离地面的距离为 1.6 m，她用一块含 60°角的三角尺测量广场上的旗杆高度（如图）. 量得小慧与旗杆之间的距离为 10.6 m，求旗杆的高度（精确到 1 m）.



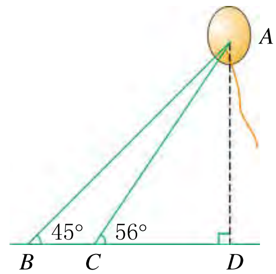
（第 1 题）



（第 2 题）

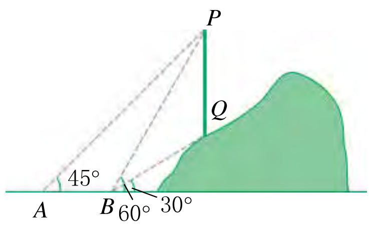
2. 小玲家对面新造了一幢图书大厦，小玲在自家窗口测得大厦顶部的仰角和大厦底部的俯角（如图所示），量得两幢楼之间的距离为 32 m. 问：大厦有多高？小玲家又有多高（结果精确到 1 m）？

3. 如图,广场上空有一个气球 A,地面上点 B,C,D 在一条直线上,$BC=20$ m. 在点 B,C 分别测得气球 A 的仰角 $\angle ABD$ 为 $45°$,$\angle ACD$ 为 $56°$. 求气球 A 离地面的高度 AD(精确到 0.1 m).

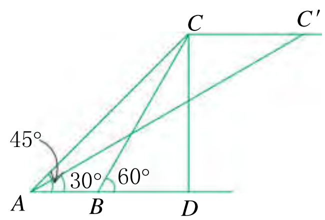


(第 3 题)

B 4. 如图,从点 A 看一山坡上的电线杆 PQ,观测杆顶端点 P 的仰角是 $45°$,向前走 6 m 到达 B 点,测得杆顶端点 P 和杆底端点 Q 的仰角分别是 $60°$和 $30°$. 求该电线杆 PQ 的高度(精确到 0.1 m).



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 如图,两个观察者从 A,B 两地观测空中 C 处一个气球,分别测得仰角为 $45°$和 $60°$. 已知 A,B 两地相距 100 m,当气球沿与 AB 平行的路线飘移 20 s 后到达点 C',在 A 处测得气球的仰角为 $30°$. 求:

(1) 气球飘移的平均速度(精确到 0.1m/s).

(2) 在 B 处观测点 C'的仰角(精确到度).

PROJECT 设计题 SHEJITI

如图 1-22 的仪器叫做测倾仪,可用来测量观察目标时的仰角和俯角. 它由度盘、铅锤和支杆组成. 测量时,将支杆插入地面,使支杆的中心线、铅垂线和度盘的 0°刻度线重合,这时度盘的直径 PH 处于水平位置. 转动度盘,使度盘的直径 PH 对准测量目标,这时铅垂线指的度数就是仰角或俯角的度数. 你知道这是为什么吗?

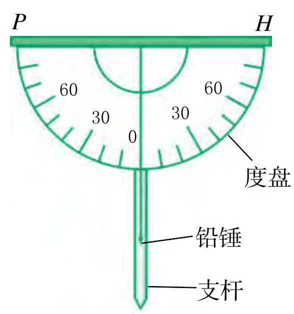


图 1-22

选择校园内某一目标物,用测倾仪测出你所需要的数据,并求出目标物的高度. 完成测量之后,写一份测量报告. 报告中要求有以下内容:测量的示意图、测量的操作过程、测得的数据、计算方法和最终结果等.

会徽中的数学

国际数学家大会(ICM)和国际数学教育大会(ICME)堪称国际数学界和数学教育界的“奥林匹克”. 每届会徽的设计往往既蕴涵了深刻的数学意义,也体现了数学与艺术的结合.

图1-23的图案是第七届国际数学教育大会(ICME)的会徽,这个会徽的主体图案是由一连串如图1-24所示的直角三角形演化而成，其中$OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots=A_8A_9$. 如果设$OA_1=1$，那么利用勾股定理就很容易得到：

$OA_1=1=\sqrt{1}$，

$OA_2=\sqrt{2}$，

$OA_3=\sqrt{3}$，

…

$OA_n=\sqrt{n}$.

图 1-23

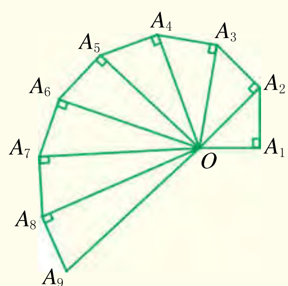


图 1-24

利用锐角三角函数可以分别求出$\angle A_1OA_2$, $\angle A_2OA_3$, $\angle A_3OA_4$，…, $\angle A_8OA_9$这些角的度数. 你知道怎样求吗?

(1) 写出$\angle A_{n-1}OA_n$的正切的表示式($2\leqslant n\leqslant 9$,且n为整数).

(2) 求$\angle A_3OA_4$的度数.

(3) 如果$\angle A_{n-1}OA_n$是第一个小于20°的角,那么它是第几个直角三角形的内角?

图1-25是2002年在北京召开的国际数学家大会(ICM)的会徽,你能提出关于这个会徽的两个数学问题,并给出解答吗?

图 1-25

小结

XIAOJIE

填空.

1. 如图1-26，自$\angle\alpha$一边AP上的点B向另一边AM作垂线BC，垂足为C，那么比值$\frac{BC}{AB}$叫做$\angle\alpha$的____________，记做______，即$\sin\alpha=\frac{BC}{AB}$；比值________叫做$\angle\alpha$的余弦，记做________，即$\cos\alpha=\frac{AC}{AB}$；比值$\frac{BC}{AC}$叫做$\angle\alpha$的正切，记做$\tan\alpha$，即______________.锐角α的正弦、余弦和正切统称$\angle\alpha$的____________.

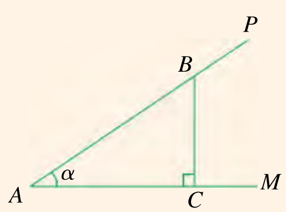


图 1-26

2. 如图1-26，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，则有$\sin A=$_________；$\cos A=$_________；$\tan A=$_________.

3. 30°，45°，60°角的三角函数值.

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$			
$\cos\alpha$			
$\tan\alpha$			

4. 在直角三角形中，由已知的一些边、角，求出另一些边、角的过程，叫做__________________.

填表.

技能内容	学会程度		
	学　会	基本学会	不　会
能用计算器求锐角的三角函数值，及已知三角函数值求对应的锐角			
会解直角三角形，并应用解直角三角形解决简单的实际问题			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

目标A 1.1 节

●认识锐角三角函数（$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$）.

●知道 30°，45°，60°角的三角函数值.

1. 在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$. 根据下列条件求$\angle A$ 的正弦、余弦、正切的值.

（1）$AC=\sqrt{3}$，$BC=2$.

（2）$AB=7$，$BC=5$.

（3）$\sqrt{3}AC=\sqrt{5}BC$.

（4）$\sin B=\dfrac{5}{13}$.

2. 在直角坐标系中，点 $P(x,6)$在第一象限，且 OP 与 x 轴正半轴的夹角 α 的正切值是$\dfrac{2}{3}$. 求 x 的值，及角 α 的正弦和余弦值.

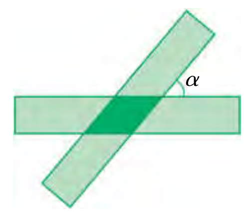
3. 求下列各式的值：

（1）$4\sin^2 60°+\tan 45°-8\cos^2 30°$.

（2）$\cos 60°-2\sin^2 45°+\dfrac{3}{4}\tan^2 30°-\sin 30°$.

（3）$\dfrac{\cos 45°}{\tan 60°-\sin 60°}$.

4. 如图，把两张宽度都是 3 cm 的纸条交错地叠在一起，相交成角 α. 求重叠部分的面积.



（第 4 题）

ICT 目标B 1.2 节

●会使用计算器求已知锐角的三角函数值，及由已知锐角的三角函数值求锐角.

5. 求下列各组锐角的三角函数值（精确到 0.000 1）：

（1）$\sin 70°$，$\sin 50°35'25''$，$\sin 30.5°$.

（2）$\cos 20°$，$\cos 10°56'$，$\cos 87°4'$.

（3）$\tan 35°24'$，$\tan 15°40'$，$\tan 80°42'8''$.

6. 求下列各式中的锐角 α：

（1）$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

（2）$\sin\alpha=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$.

（3）$\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

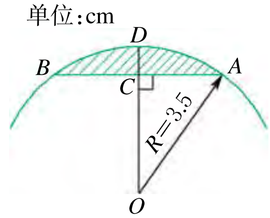
（4）$\sin\alpha=0.940\ 3$（精确到 $1''$）.

（5）$\cos\alpha=0.585\ 2$（精确到 $0.1°$）.

（6）$\tan\alpha=0.153\ 5$（精确到 $1'$）.

7. 已知等腰三角形的顶角为 $78°4'$，底边上的高线长为 28.5 cm. 求这个等腰三角形的腰长和三角形的面积(腰长精确到 0.1cm，面积精确到 1cm^2).

8. 如图，AB 是 $\odot O$ 的内接正五边形的边长. 求图中弓形的面积(精确到 $0.1\ \text{cm}^2$).



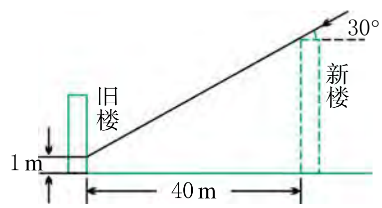
(第 8 题)

●能用锐角三角函数解决一些简单的实际问题.

目标C 1.3 节

9. 为测量一条河的宽度，某学习小组在河南岸的点 A 测得河北岸的树 C 恰好在 A 的正北方向，然后向东走 10 m 到达 B 点，测得树 C 在点 B 的北偏西 65°方向. 画出示意图，并求出河宽(精确到 0.1 m).

10. 为了解决楼房之间的采光问题，某市有关部门规定：两幢楼房之间的最小距离要使中午 12 时不能遮光. 如图，旧楼的一楼窗台高 1 m，现计划在旧楼正南方 40 m 处再建一幢新楼. 已知该市冬天中午 12 时太阳从正南方照射的光线与水平线的夹角最小为 30°. 问：新楼房最高可建多少米(结果精确到 1 m)?

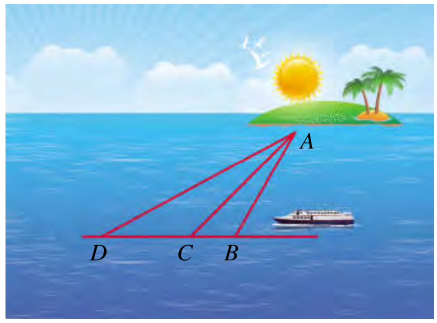


(第 10 题)

11. 飞行员在空中观察地面的区域是一个圆(如图). 当观察角 α 为 50°，飞机的飞行高度 h 为 9.8×10^2 m 时，观察区域的半径为多少米(结果精确到 1 m)? 如果观察角度不变，要使观察区域面积增加 1 倍，那么飞机要升高多少米(精确到 1 m)?

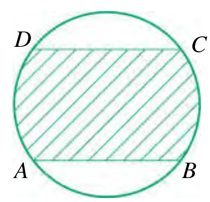
(第 11 题)

12. 如图,某轮船在海上以每小时 30 海里的速度向正西方向航行.上午 8:00 在点 B 处测得小岛 A 在北偏东 30°方向，上午 9:00 船到达点 C 处，测得岛 A 在北偏东 45°方向. 如果轮船继续向西航行,上午 11:00 到达点 D 处.求点 D 与小岛 A 的距离(精确到 0.1 海里).



（第 12 题）

13. 从一个半径为 10 cm 的圆片中裁下一个垫片,如图中阴影部分. 已知 $AB \parallel CD$, $AB = CD = 16$ cm. 求垫片的面积(精确到 0.1 cm^2).



（第 13 题）

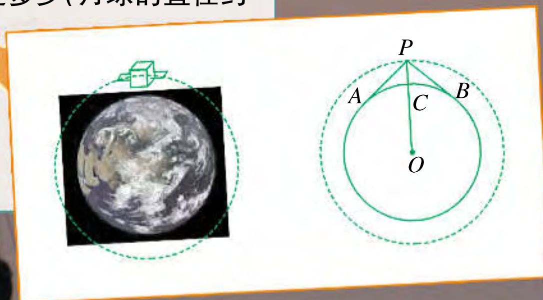
第2章

直线与圆的位置关系

目录 CONTENTS<<

在日出过程中，你认为地平线与太阳之间的位置关系是怎样变化的？由此你可以想象直线与圆有哪几种位置关系？

2018 年 12 月 12 日，我国嫦娥四号探测器顺利完成近月制动，进入离月球表面 100 km 的圆形环月轨道. 如图，$\odot O$ 代表月球，点 P 代表嫦娥四号探测器，$PC=100$ km. 从点 P 处能看到的月球上最远的点在什么位置？能观察到月球表面的最远距离是多少（月球的直径约为 3 476 km，结果精确到 1 km）？



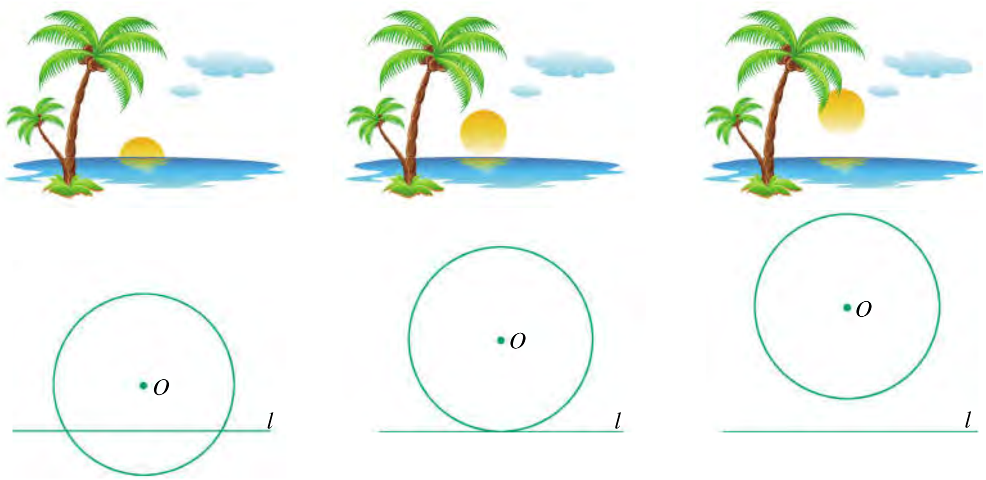
本章我们将学习直线与圆的位置关系，并利用这些知识解决一些简单的实际问题.

2·1 直线与圆的位置关系

火车的车轮与铁轨之间可以想像成直线与圆的哪一种位置关系？

1

在观察日出过程中，如果我们把太阳与地平线分别抽象成圆和直线，那么我们就会发现直线与圆有以下三种位置关系（图 2-1）.



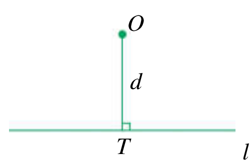
①　　②　　③

图 2-1

一般地，当直线与圆有两个公共点时，叫做**直线与圆相交**（图 2-1①）；当直线与圆有唯一公共点时，叫做**直线与圆相切**，这条直线叫做**圆的切线**（tangent），公共点叫做**切点**（图 2-1②）；当直线与圆没有公共点时，叫做**直线与圆相离**（图 2-1③）.

做一做 ZUOYIZUO

如图，O 为直线 l 外一点，$OT\perp l$ 于点 T，且 $OT=d$. 以 O 为圆心，分别以 $\frac{1}{2}d, d, \frac{3}{2}d$ 为半径作圆. 所作的圆与直线 l 有什么位置关系？



观察图 2-2,我们能够发现,直线与圆的位置与圆的半径 r 及圆心到直线的距离 d 有关.

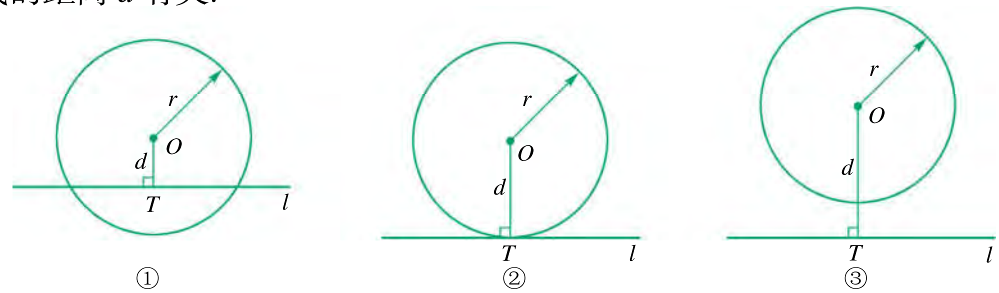


图 2-2

一般地,直线与圆的位置关系有以下定理:

如果⊙O 的半径为 r,圆心 O 到直线 l 的距离为 d,那么,

$d<r \Leftrightarrow$ 直线 l 与⊙O 相交;

$d=r \Leftrightarrow$ 直线 l 与⊙O 相切;

$d>r \Leftrightarrow$ 直线 l 与⊙O 相离.

例1 已知:如图 2-3,P 为 $\angle ABC$ 的角平分线上一点,⊙P 与 BC 相切. 求证:⊙P 与 AB 相切.

证明 设⊙P 的半径为 r,点 P 到 BC,AB 的距离分别为 d_1,d_2.

$\because$ 点 P 在 $\angle ABC$ 的平分线上,

$\therefore$ $d_1=d_2$.

又⊙P 与 BC 相切,

$\therefore$ $d_1=r$,则 $d_2=r$.

$\therefore$ ⊙P 与 AB 相切.

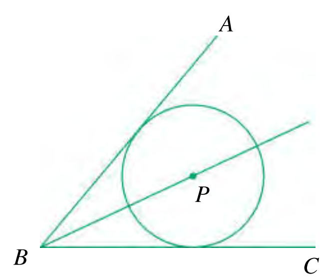


图 2-3

例2 在码头 A 的北偏东 60°方向有一个海岛,距离该岛中心 P 12 海里的范围内是一个暗礁区. 货船从码头 A 由西向东航行,行驶了 10 海里到达点 B,这时岛中心 P 在该船的北偏东 45°方向. 若货船不改变航向,则货船会不会进入暗礁区?

解 画示意图如图 2-4. 暗礁区的圆心为 P,作 $PH\perp AB$,垂足为 H,则 $\angle PAH=30°$,$\angle PBH=45°$,

$\therefore$ $AH=\sqrt{3}PH$,$BH=PH$.

$\because$ $AH-BH=AB=10$,

$\therefore$ $\sqrt{3}PH-PH=10$,

$\therefore$ $PH=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}$(海里).

$\because$ $\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}>12$,

$\therefore$ 货船不会进入暗礁区.

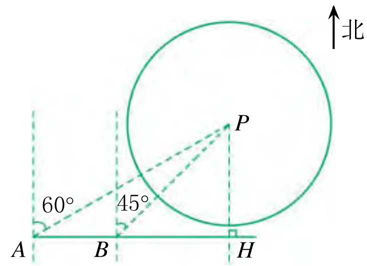


图 2-4

课内练习 KENEILIANXI

1. 设⊙O 的半径为 r,圆心 O 到直线 l 的距离为 d. 根据下列条件判断直线 l 与⊙O 的位置关系.

(1) $d=4$,$r=3$.

(2) $d=\dfrac{3}{2}$,$r=\sqrt{3}$.

(3) $d=\dfrac{2}{3}$,$r=\dfrac{3}{5}$.

(4) $d=2\sqrt{5}$,$r=\sqrt{20}$.

2. 在△ABC中,$\angle ACB=90°$,$CA=3$,$CB=4$. 设⊙C 的半径为 r,请根据下列 r 的值,判断直线 AB 与⊙C 的位置关系,并说明理由.

(1) $r=2$. (2) $r=2.4$. (3) $r=3$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 填空:

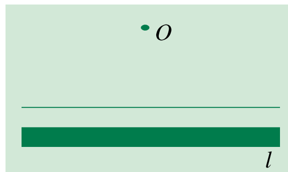
(1) 如果圆心 O 到直线 l 的距离等于⊙O 的直径,那么直线 l 与⊙O 的位置关系是__________.

(2) 如果一条直线与圆有公共点,那么该直线与圆的位置关系是__________.

(3) 如果正三角形 ABC 的边长为 8 cm，以 A 为圆心，r 为半径的圆与 BC 相切，那么 $r=$________cm.

(4) 已知 $\angle AOB=30°$，P 是 OA 上一点，$OP=4$ cm. 以 r 为半径作 $\odot P$. 若 $r=2\sqrt{3}$ cm，则 $\odot P$ 与直线 OB 的位置关系是________；若 $\odot P$ 与直线 OB 相离，则 r 需满足的条件是____________.

2. 如图，已知点 O 和直线 l. 作以点 O 为圆心，且与直线 l 相切的圆.



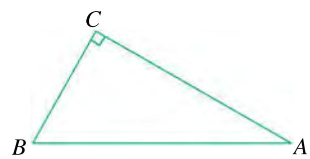
（第 2 题）

3. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=$Rt$\angle$，$AC=8$ cm，$BC=6$ cm. 若要以 C 为圆心，r 为半径画 $\odot C$，根据下列条件，求半径 r 的值或取值范围.

(1) 直线 AB 与 $\odot C$ 相离.

(2) 直线 AB 与 $\odot C$ 相切.

(3) 直线 AB 与 $\odot C$ 相交.



（第 3 题）

4. 已知 $\odot O$ 的半径为 r，点 O 到直线 l 的距离为 d，且 $|d-3|+(6-2r)^2=0$. 试判断直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系.

B **5.** 两个同心圆的半径分别为 3 cm 和 2 cm，AB 是大圆的一条弦. 当 AB 与小圆相交、相切、相离时，AB 的长分别满足什么条件？

6. 已知 $\odot O$ 的半径 $r=7$ cm，直线 $l_1 /\!/ l_2$，且 l_1 与 $\odot O$ 相切，圆心 O 到 l_2 的距离为 9 cm. 求 l_1 与 l_2 的距离.

按照下述步骤作图:

如图 2-5,在⊙O 上任取一点 A,连结 OA. 过点 A 作直线 $l \perp OA$.

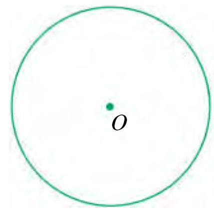


图 2-5

思考以下问题(可与你的同伴交流):

(1) 圆心 O 到直线 l 的距离和圆的半径有什么关系?

(2) 直线 l 与⊙O 的位置有什么关系? 根据什么?

(3) 由此你发现什么?

一般地,有以下直线与圆相切的判定定理:

经过半径的外端并且垂直这条半径的直线是圆的切线.

例3 已知:如图 2-6,A 是⊙O 外一点,AO 的延长线交⊙O 于点 C,点 B 在圆上,且 $AB=BC$,$\angle A=30°$. 求证:直线 AB 是⊙O 的切线.

证明 连结 OB.

∵ $OB=OC, AB=BC, \angle A=30°$,

∴ $\angle OBC=\angle C=\angle A=30°$,

∴ $\angle AOB=\angle C+\angle OBC=60°$.

∵ $\angle ABO=180°-(\angle AOB+\angle A)$

$=180°-(60°+30°)=90°$,

∴ $AB \perp OB$,

∴ AB 为⊙O 的切线(经过半径的外端并且垂直这条半径的直线是圆的切线).

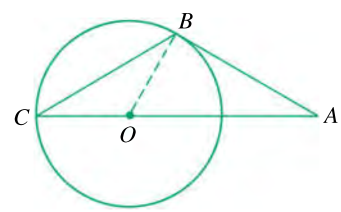
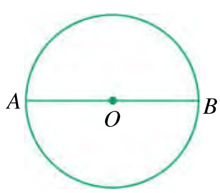


图 2-6

做一做 ZUOYIZUO

如图,AB 是⊙O 的直径.分别过点 A,B 作⊙O 的切线.



例4 如图 2-7，台风中心 $P(100,200)$ 沿北偏东 30°方向移动，受台风影响区域的半径为 200 km. 那么下列城市 $A(200,380)$，$B(600,480)$，$C(550,300)$，$D(370,540)$ 中，哪些受到这次台风的影响，哪些不受到这次台风的影响？

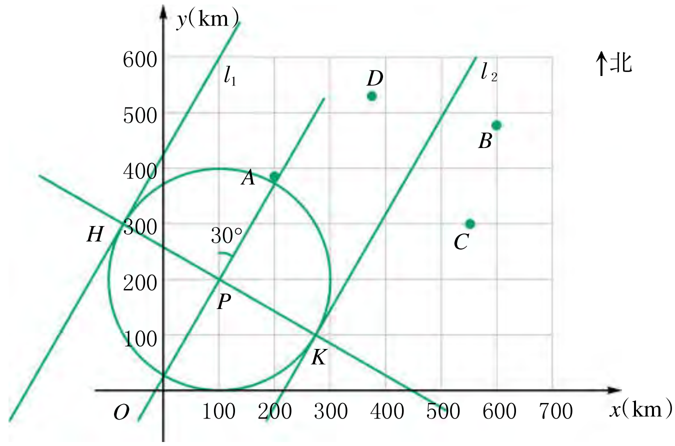


图 2-7

解 如图 2-7，在直角坐标系中画出以点 $P(100,200)$ 为圆心，以 200 为半径的 $\odot P$，再在点 P 处画出北偏东 30°方向的方向线，作垂直于方向线的 $\odot P$ 的直径 HK，分别过点 H，K 作 $\odot O$ 的切线 l_1，l_2，则 $l_1 /\!/ l_2$.

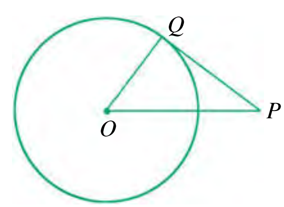
因为台风圈在两条平行线 l_1，l_2 之间移动，点 A，D 落在切线 l_1，l_2 之间，所以受到这次台风的影响；而点 B，C 不在切线 l_1，l_2 之间，所以不受到这次台风的影响.

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图，点 Q 在 $\odot O$ 上. 分别根据下列条件，判定直线 PQ 与 $\odot O$ 是否相切.

（1）$OQ=6$，$OP=10$，$PQ=8$.

（2）$\angle O=67.3°$，$\angle P=22°42'$.

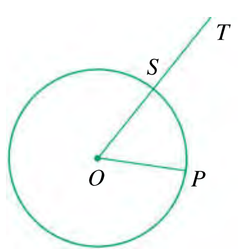


（第 1 题）

2. 如图，OP 是 $\odot O$ 的半径，$\angle POT=60°$，OT 交 $\odot O$ 于点 S.

（1）过点 P 作 $\odot O$ 的切线.

（2）过点 P 的切线交 OT 于点 Q，判断点 S 是不是线段 OQ 的中点，并说明理由.



（第 2 题）

作业题

A 1. 已知圆的直径为 4 cm，圆心到直线 l_1，l_2，l_3，l_4 的距离分别为 2 cm，$2\sqrt{2}$ cm，$4\sin 30°$ cm，1.5 cm. 问：与圆相切的直线有哪些？为什么？

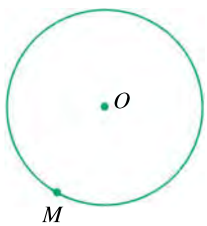
2. 如图，定滑轮⊙O 静止时，半径 OA 在水平位置. 链条 AB 所在的直线与⊙O有什么位置关系？请说明理由.

（第 2 题）

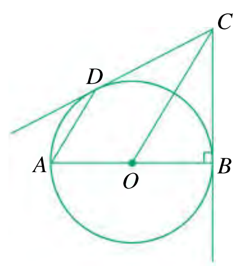
3. 如图，点 M 在⊙O 上.

（1）过点 M 作⊙O 的切线 MN.

（2）是否存在一条与 MN 平行的⊙O 的切线？若存在，请作出这条切线.



（第 3 题）



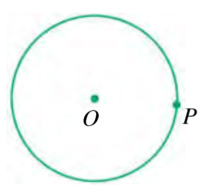
（第 4 题）

4. 已知：如图，AB 是⊙O 的直径，$BC \perp AB$，弦 $AD \parallel OC$. 求证：DC 是⊙O 的切线.

B 5. 链球运动员在投掷链球时，链球按顺时针作圆周运动. 如图，当运动员即将放手时，链球在⊙O 的点 P 处.

（1）链球将沿⊙O 的切线方向飞出，请画出链球飞出的方向.

（2）已知⊙O 的半径 OP 为 1.2 m，假设链球在飞出的 2 s 内方向不变，经过 2 s，链球飞出的距离为 32 m. 求此时链球离点 O 的距离（精确到 0.01 m）.



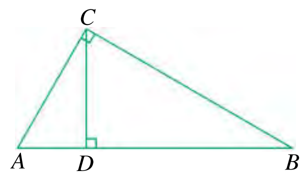
（第 5 题）

6. 已知：如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB=Rt∠，CD⊥AB 于点 D.

（1）求证：BC 是△ADC 的外接圆的切线.

（2）在△ABC 中，哪条边所在的直线是△BDC 的外接圆的切线？为什么？

（3）若 AC=5 cm，BC=12 cm，以 C 为圆心，2.4 cm 为半径作⊙C. 判断⊙C 与直线 AB 的位置关系，并说明理由.



（第 6 题）

3

合作学习

HEZUOXUEXI

如图 2-8，直线 AT 与⊙O 相切于点 A，连结 OA，P 是 AT 上一点. ∠OAP 等于多少度？在⊙O 上再任意取一些点，过各点作⊙O 的切线（根据圆的切线的定义，画出大致图形），连结圆心与切点. 半径与切线所成的角为多少度？由此你发现了什么？

你的发现与你的同伴的发现相同吗？

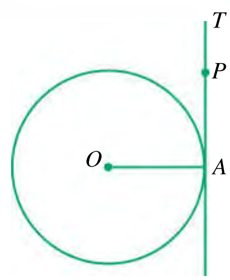


图 2-8

一般地，圆的切线有如下的性质：

经过切点的半径垂直于圆的切线.

例5 木工师傅可以用角尺测量并计算出圆的半径. 如图 2-9，用角尺的较短边紧靠⊙O 于点 A，并使较长边与⊙O 相切于点 C. 记角尺的直角顶点为 B，量得 $AB=8$ cm，$BC=16$ cm. 求⊙O 的半径.

解 连结 OA，OC，作 $AD\perp OC$，垂足为 D. 设⊙O 的半径为 r.

∵ ⊙O 与 BC 相切于点 C，

∴ $OC\perp BC$（经过切点的半径垂直于圆的切线）.

∵ $AB\perp BC$，$AD\perp OC$，

∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AD=BC$，$DC=AB$，

$OD=OC-CD=OC-AB$.

在 Rt△AOD 中，$OA^2=AD^2+OD^2$，

即 $r^2=(r-8)^2+16^2$，解得 $r=20$.

∴ ⊙O 的半径为 20 cm.

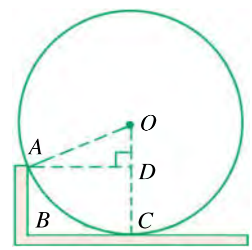


图 2-9

例6 已知：如图 2-10，直线 AB 与⊙O 相切于点 C，AO 交⊙O 于点 D，连结 CD，OC. 求证：$\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle COD$.

证明 如图 2-10，作 $OE\perp CD$ 于点 E，

则$\angle COE+\angle OCE=$Rt∠.

∵ ⊙O 与 AB 相切于点 C，

∴ $OC\perp AB$（经过切点的半径垂直于圆的切线），

即$\angle ACD+\angle OCE=$Rt∠.

∴ $\angle ACD=\angle COE$.

∵ △ODC 是等腰三角形，$OE\perp CD$，

∴ $\angle COE=\dfrac{1}{2}\angle COD$，

∴ $\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle COD$.

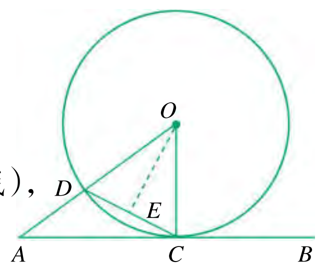
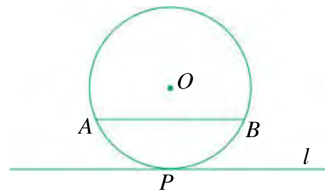


图 2-10

课内练习 KENEILIANXI

1. 已知：如图，直线 l 切⊙O 于点 P，弦 $AB /\!/ l$. 求证：$\overparen{AP}=\overparen{BP}$.

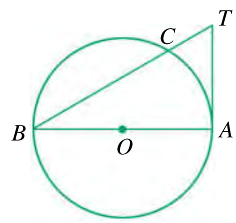


（第 1 题）

2. 如图，N 是直线 l 上一点. 作半径为 1 cm 的⊙O，使⊙O 与直线 l 相切于点 N. 满足条件的圆可作几个？

（第 2 题）

3. 如图，AT 切⊙O 于点 A，AB 是⊙O 的直径，BT 交⊙O 于点 C. 已知 $\angle B=30°$，$AT=\sqrt{3}$. 求直径 AB 和弦 BC 的长.

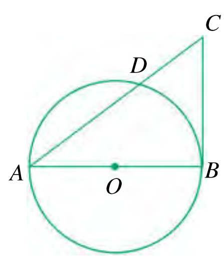


（第 3 题）

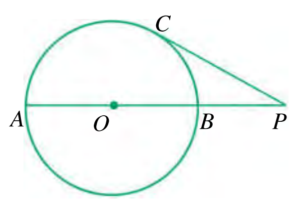
作业题 ZUOYETI

A 1. 填空：

（1）如图，AB 是⊙O 的直径，BC 切⊙O 于点 B，AC 交⊙O 于点 D. 若 $AC=5$，$BC=3$，则⊙O 的半径为________.



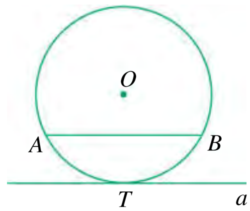
（第 1(1)题）



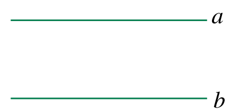
（第 1(2)题）

（2）如图，⊙O 的切线 PC 交直径 AB 的延长线于点 P，C 为切点. 若 $\angle P=30°$，⊙O 的半径为1，则 PB 的长为________.

2. 已知:如图,直线 a 切⊙O 于点 T, AB 为⊙O 的弦,$\overset{\frown}{AT}=\overset{\frown}{BT}$. 求证:$AB/\!/a$.



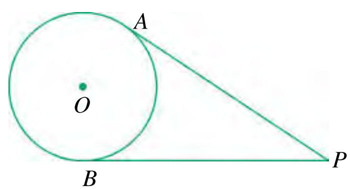
(第 2 题)



(第 3 题)

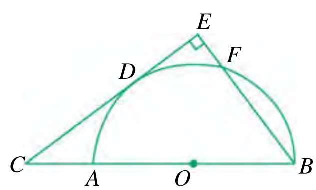
3. 如图,直线 $a/\!/b$. 求作一个圆,要求与这两条平行线都相切. 这样的圆有多少个? 它们的圆心位置有什么特点?

B **4.** 已知:如图,PA 是⊙O 的切线,A 是切点. B 为⊙O 上一点,$PA=PB$. 求证:PB 是⊙O 的切线.



(第 4 题)

5. 如图,AB 为半圆 O 的直径,C 为 BA 延长线上一点,CD 切半圆于点 D,$BE\perp CE$ 于点 E,交半圆于点 F,已知 $CE=12$,$BE=9$. 求 CO 的长.

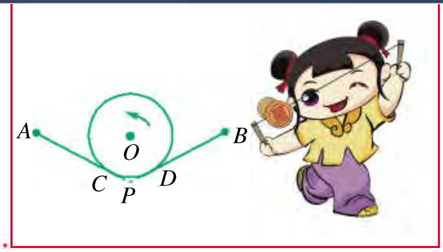


(第 5 题)

6. 在例6 中,若 $AC=4$ cm,⊙O 的半径为 3 cm,求 AD,CE 的长.

2·2 切线长定理

你见过抖空竹表演吗?如示意图，AC,BD分别与$\odot O$相切于点C,D,AC与BD的延长线交于点P. PC与PD有什么大小关系?



如图 2-11，P 是$\odot O$ 外一点，PA，PB 分别切$\odot O$ 于 A，B 两点. 比较 PA，PB 两条线段的长短，你发现了什么?

从圆外一点作圆的切线，通常我们把圆外这一点到切点间的线段的长叫做**切线长**. 例如，图 2-11 中，线段 PA，PB 的长是点 P 到$\odot O$ 的切线长.

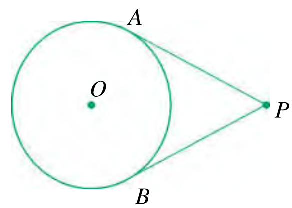


图 2-11

关于圆的切线，有下面的定理:

切线长定理 **过圆外一点所作的圆的两条切线长相等.**

下面给出证明.

选学 已知:如图 2-12，P 为$\odot O$ 外一点，PA，PB 分别与$\odot O$ 相切于点 A，B.

求证:$PA=PB$.

证明:如图 2-12，连结 AO，BO，PO.

$\because$ PA，PB 分别与$\odot O$ 相切于点 A，B，

$\therefore$ $AO\perp PA$，$BO\perp PB$.

而 $AO=BO$，$PO=PO$，

$\therefore$ $\mathrm{Rt}\triangle AOP\cong \mathrm{Rt}\triangle BOP$.

$\therefore$ $PA=PB$.

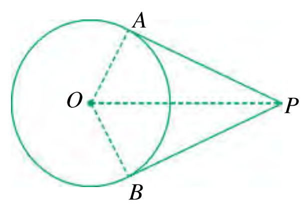


图 2-12

例1 如图 2-13，点 O 是$\overset{\frown}{AB}$所在圆的圆心，AC，BC 分别与$\odot O$ 相切于点 A，B. 已知$\angle ACB=80°$，$OC=100$ cm. 求点 C 到$\odot O$ 的切线长(结果精确到 1 cm).

解 如图 2-13，连结 OA，OB.

∵ AC,BC 分别与⊙O 相切于点 A,B,

∴ $AC=BC$（过圆外一点所作的圆的两条切线长相等）.

又∵ $OA=OB, OC=OC$,

∴ $\triangle OAC \cong \triangle OBC$.

∴ $\angle ACO=\angle BCO=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 80°=40°$.

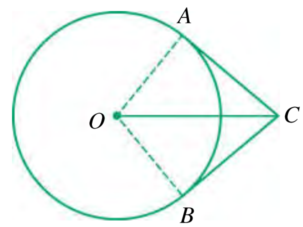


图 2-13

在 Rt$\triangle OAC$ 中，$\angle OAC=90°$（为什么?），

∴ $\frac{AC}{OC}=\cos 40°$,

∴ $AC=OC\times\cos 40°=100\times\cos 40°\approx 77(\text{cm})$.

答：点 C 到⊙O 的切线长约为 77 cm.

例2 如图 2-14，⊙O 表示皮带传动装置的一个轮子，传动皮带 MA，NB 分别切⊙O 于点 A,B. 延长 MA,NB，相交于点 P. 已知 $\angle APB=60°$，$AP=24$ cm，求两切点间的距离和$\overset{\frown}{AB}$的长(精确到 1 cm).

解 如图 2-15，连结 AB,OA,OB,OP.

∵ MP,NP 分别切⊙O 于点 A,B,

∴ $OA\perp AP, OB\perp BP, AP=BP$（为什么?）.

又∵ $\angle APB=60°$,

∴ $\triangle ABP$ 为等边三角形,

∴ $AB=AP=24$ cm.

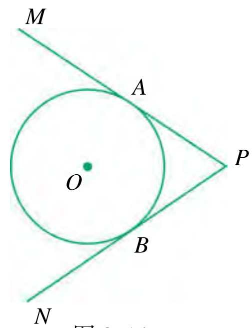


图 2-14

∵ $OA=OB$,

∴ OP 平分 $\angle APB$,

∴ $\angle OPA=30°$,

∴ $OA=AP\times\tan 30°=24\times\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$.

而 $\angle AOB=360°-2\times 90°-60°=120°$,

∴ $\overset{\frown}{AB}=\frac{120\pi\times OA}{180}=\frac{120\pi\times 8\sqrt{3}}{180}\approx 29(\text{cm})$.

答：两切点间的距离为 24 cm，$\overset{\frown}{AB}$的长约为 29 cm.

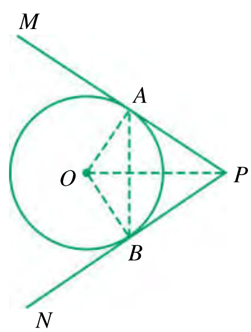
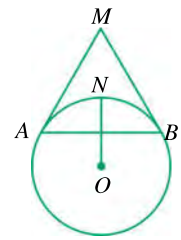


图 2-15

课内练习 KENEILIANXI

1. 已知⊙O 的半径为 5，P 是⊙O 外一点，$PO=10$. 求点 P 到⊙O 的切线长和两切点间的劣弧长.

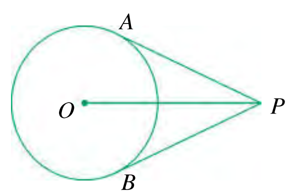
2. 已知：如图，在⊙O 中，弦 AB 垂直平分半径 ON，过点 A，B 的切线相交于点 M. 求证：$\triangle ABM$ 是等边三角形.



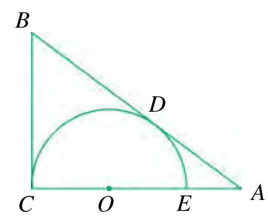
（第 2 题）

作业题 ZUOYETI

A 1. 如图，P 是⊙O 外一点，PA，PB 分别切⊙O 于点 A，B. 已知⊙O 的半径为 1，$OP=2.4$. 求切线长（精确到 0.1）和∠APB 的度数（精确到 1°）.



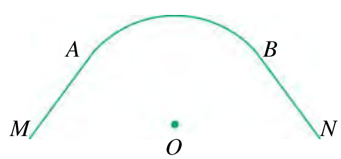
（第 1 题）



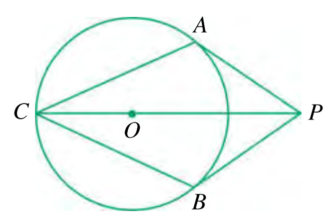
（第 2 题）

2. 如图，O 为 Rt△ABC 的直角边 AC 上一点. 以 OC 为半径的半圆与斜边 AB 相切于点 D，交 AC 于点 E. 已知 $AB=5$，$AC=4$，求 BD 的长和⊙O 的半径.

3. 由圆弧形弯道 $\overset{\frown}{AB}$ 和两段直道 AM，BN 组成的一条公路示意图如图所示. 直线 AM，BN 分别与 $\overset{\frown}{AB}$ 所在的⊙O 相切于点 A，B. 已知⊙O 的半径为 90 m，$\overset{\frown}{AB}$ 的长为 60 π m，求直线 AM 与 BN 所成的锐角的度数，以及 AM，BN 的交点到⊙O 的切线长.



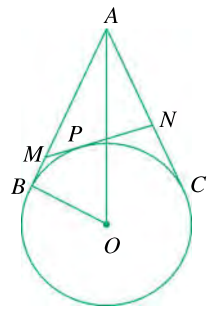
（第 3 题）



（第 4 题）

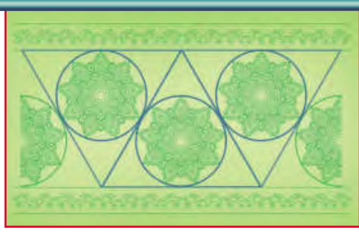
B 4. 已知：如图，PA，PB 是⊙O 的切线，切点分别为 A，B. 连结 PO 并延长，交⊙O 于点 C. 求证：$AC=BC$.

5. 已知：如图，A 是$\odot O$ 外一点，AB，AC 分别与$\odot O$ 相切于点 B，C. P 是 $\overset{\frown}{BC}$ 上任意一点，过点 P 作$\odot O$ 的切线，交 AB 于点 M，交 AC 于点 N. 设 $AO=d$，$BO=r$. 求证：$\triangle AMN$ 的周长是一个定值，并求出这个定值.



（第 5 题）

2·3 三角形的内切圆



这幅美丽的花边图案主要是由哪些几何图形组成的？它们之间有着怎样的位置关系？

合作学习

HEZUOXUEXI

如图 2-16，要从一块三角形钢化玻璃上裁下一个半径尽可能大的圆来做一圆桌的桌面，应该怎样画出裁剪的图样呢？

建议按下列步骤探索：

（1）当裁得的圆最大时，圆与三角形的各边有什么位置关系？

（2）与三角形的一个角的两边都相切的圆的圆心在哪里？

（3）如何确定这个圆的圆心和半径？

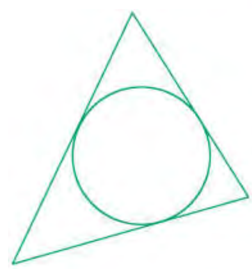


图 2-16

与三角形三边都相切的圆叫做三角形的**内切圆**(inscribed circle)，圆心叫做三角形的**内心**(incentre)，三角形叫做圆的**外切三角形**（circumscribed triangle）. 三角形的内心是三角形的三条角平分线的交点. 对任意一个$\triangle ABC$（图 2-17），分别作它的角平分线 AD 和 BE. 以 AD 和 BE 的交点 O 为圆心，点 O 到 BC 的距离 OF 为半径作$\odot O$，这个$\odot O$ 就是$\triangle ABC$ 的内切圆.

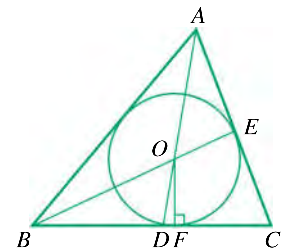


图 2-17

例1 如图 2-18，等边三角形 ABC 的边长为 3 cm，求$\triangle ABC$ 的内切圆$\odot O$ 的半径.

解 如图 2-18，设$\odot O$ 切 AB 于点 D，连结 OA，OB，OD.

$\because$ $\odot O$ 是$\triangle ABC$ 的内切圆，

$\therefore$ AO，BO 是$\angle BAC$，$\angle ABC$ 的角平分线.

$\because$ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore$ $\angle OAB=\angle OBA=30°$.

$\because$ $OD\perp AB$，$AB=3$ cm，

$\therefore$ $AD=BD=\frac{1}{2}AB=1.5(\text{cm})$，

$\therefore$ $OD=AD\times\tan 30°=1.5\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$.

答：$\triangle ABC$ 的内切圆的半径为$\frac{\sqrt{3}}{2}$cm.

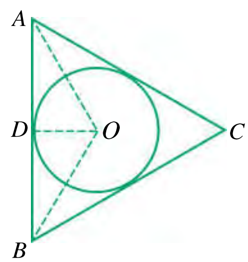


图 2-18

例2 已知：如图 2-19，$\odot O$ 是$\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为 D，E，F. 设$\triangle ABC$ 的周长为 l. 求证：$AE+BC=\frac{1}{2}l$.

证明 $\because$ $\odot O$ 是$\triangle ABC$ 的内切圆，E，F 为切点，

$\therefore$ $AE=AF$（根据什么？）.

同理，$BD=BF$，$CD=CE$.

$\therefore$ $AE+BC=AE+BD+CD$

$$=\frac{1}{2}(AE+AF+BD+BF+CD+CE)=\frac{1}{2}l.$$

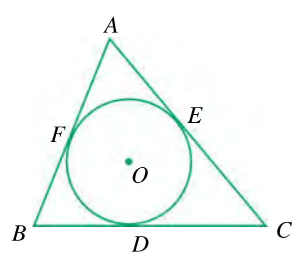
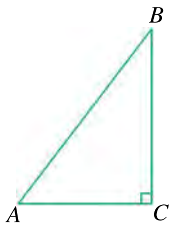


图 2-19

课内练习 KENEILIANXI



（第 3 题）

1. 已知正三角形的边长为 6 cm. 求它的内切圆和外接圆的半径.

2. 如例 2 图，设△ABC 的面积为 S，周长为 l，△ABC 的内切圆的半径为 r，则 $S=\frac{1}{2}lr$. 请说明理由.

3. 如图，在△ABC 中，$\angle C=\mathrm{Rt}\angle$. 用直尺和圆规作△$ABC$ 的内切圆.

探究活动 TANJIUHUODONG

任意画一个三角形，作出它的内心，再以内心为圆心作一个圆，使它与三角形的一条边有两个交点. 这个圆与三角形的其他两边有怎样的位置关系？仔细观察图形，你还能发现什么规律？再作几个三角形试一试，是否有相同的规律？请说明理由.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 填空：

（1）已知 I 是△ABC 的内心.

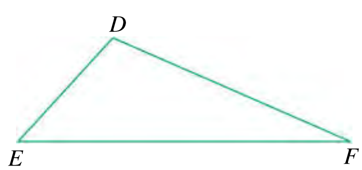
①若 $\angle AIC=120°$，则 $\angle B=$________；

②若 $\angle A=x°$，则 $\angle BIC=$____________.

（2）已知△ABC 的面积为 12 cm^2，周长为 24 cm，则△ABC 的内切圆半径为______cm.

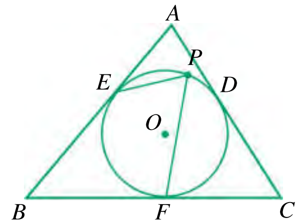
（3）正三角形的内切圆半径与高线长的比为______.

2. 用直尺和圆规作如图钝角三角形 DEF 的内切圆.



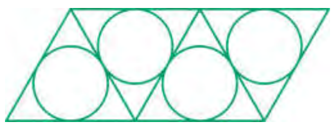
（第 2 题）

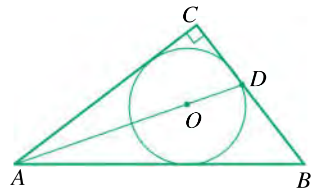
3. 如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，分别切 BA，BC，AC 于点 E，F，D，P 是 $\overset{\frown}{ED}$ 上一点. 若 $\angle B=50°$，求 $\angle EPF$ 的度数.



（第 3 题）

B 4. 如图，花边上正三角形的内切圆半径为 1 cm. 如果这条花边中有 100 个圆和 100 个正三角形，算一算这条花边的总长度.


（第 4 题）



（第 5 题）

5. 如图，$\odot O$ 是 Rt$\triangle ABC$ 的内切圆，$\angle C=90°$，AO 的延长线交 BC 于点 D. 若 $AC=6$，$CD=2$，求 $\odot O$ 的半径.

C 6. 已知一块等腰三角形钢板的底边长为 60 cm，腰长为 50 cm.

（1）求能从这块钢板上截得的最大圆的半径.

（2）用一个圆完全覆盖这块钢板，这个圆的最小半径是多少？

（3）求这个等腰三角形的内心与外心的距离.

小结

XIAOJIE

填空.

1. 当直线和圆有唯一公共点时，叫做直线与圆________，直线叫做圆的_______，公共点叫做_______.

当直线与圆有______公共点时，叫做直线与圆相交；当直线与圆_______公共点时，叫做直线与圆相离.

2. 如果⊙O的半径为r，圆心O到直线l的距离为d，那么，

$d<r \Leftrightarrow$___________________；

__________$\Leftrightarrow$直线l与⊙O相切；

__________$\Leftrightarrow$直线l与⊙O相离.

3. 经过半径的外端并且_________的直线是圆的切线.

经过切点的________垂直于圆的切线.

4. 圆外一点到切点间的线段的长叫做________.

切线长定理：过圆外一点所作的圆的两条________相等.

5. 与三角形三边都相切的圆叫做三角形的__________，内切圆的圆心叫做三角形的________，这个三角形叫做圆的____________.三角形的内心是三角形的________________的交点.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
判断直线与圆的位置关系			
过圆上一点作圆的切线			
作三角形的内切圆			
运用切线的性质、切线的判定定理、切线长定理进行有关的论证和计算			

目标与评定

MUBIAOYUPINGDING

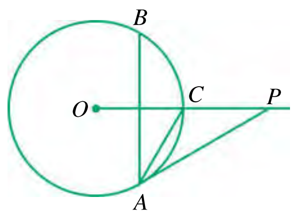
目标A 2.1 节 2.2 节

- 了解直线与圆的位置关系.
- 能判断一条直线是否为圆的切线,会过圆上一点作圆的切线.
- 掌握切线的概念,探索切线与过切点的半径之间的关系.

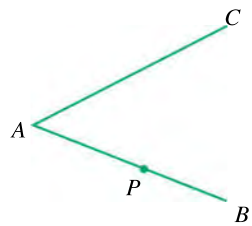
选学

- 探索并证明切线长定理,并会简单的应用.

1. 已知:如图,$\odot O$ 的半径 OC 垂直于弦 AB,点 P 在 OC 的延长线上,AC 平分 $\angle PAB$. 求证:PA 是 $\odot O$ 的切线.



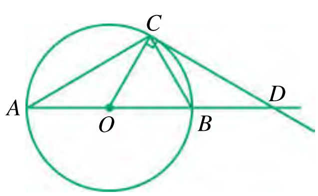
(第 1 题)



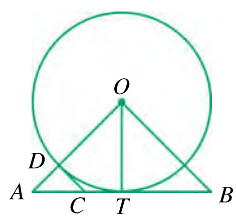
(第 2 题)

2. 如图,求作与 $\angle BAC$ 的两边都相切的圆. 这样的圆有多少个? 这些圆的圆心的位置有什么特点? 如果要使圆与 $\angle BAC$ 的两边相切,且切 AB 于点 P,这样的圆存在吗? 若存在,请作出符合条件的圆.

3. 如图,$\odot O$ 是 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆,$\angle ACB=90°$,$\angle A=30°$. 过点 C 作 $\odot O$ 的切线,交 AB 的延长线于点 D,连结 CO. 根据题中所给的已知条件,至少写出六个你认为正确的结论.



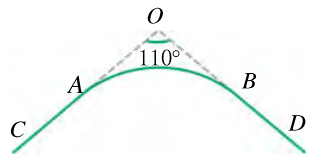
(第 3 题)



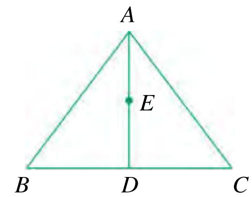
(第 4 题)

4. 已知:如图,OT 是直角三角形 ABO 的斜边 AB 上的高线,$AO=BO$. 以 O 为圆心,OT 为半径的圆交 OA 于点 D,过点 D 作 $\odot O$ 的切线 CD,交 AB 于点 C. 求证:$OB=BC$.

5. 如图，圆弧形弯道两边的直道在连接点处与弯道相切. 测得 $\angle AOB=110^\circ$. 一辆汽车以每小时 60 千米的速度经过这段弯道，用了 1.46 分，求弯道圆弧的半径(精确到 0.01km).



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=5$，$BC=6$，$AD\perp BC$，D 为垂足. 若以 AD 的中点 E 为圆心，作一个半径为 1.2 的 $\odot E$，问：$\odot E$ 与 $\triangle ABC$ 的各边有何位置关系？请说明理由.

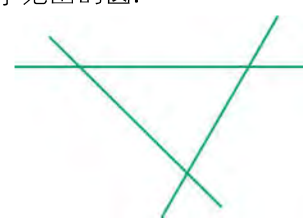
7. 如图，在一四边形地块的四周种植宽度均为 2 m 的草坪，外围四角均是以地块顶点为圆心的圆弧，并与各边通过相切连接. 已知地块的周长为 500 m，求草坪外围的周长.

（第 7 题）

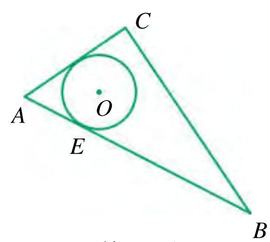
目标B 2.3节

● 了解三角形的内切圆和内心.

8. 某公园有一块由三条马路围成的三角形绿地(示意图如图). 现准备在其中建一个尽可能大的圆亭供人们休息，试作出这个表示圆亭范围的圆.



（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=$Rt$\angle$，$AC=8$，$\angle A=60^\circ$，$\odot O$ 与边 AB，AC 相切，E 是切点. 求：

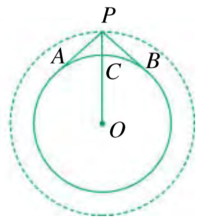
（1）$\odot O$ 的面积 y 关于 EA 的长 x 的函数表达式.

（2）当 $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的内切圆时 x，y 的值.

目标C

●会综合运用直线与圆的位置关系解决简单的实际问题.

10. 2018 年 12 月 12 日，我国嫦娥四号探测器顺利完成近月制动，进入离月球表面 100 km 的圆形环月轨道. 如图，⊙O 代表月球，点 P 代表嫦娥四号探测器，PC=100 km. 从点 P 处能看到的月球上最远的点在什么位置？能观察到月球表面的最远距离是多少（月球的直径约为 3 476 km，结果精确到 1 km）？

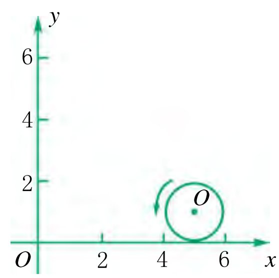


（第 10 题）

11. 当一个圆环沿着一条直线滚动时，圆环绕它的圆心作旋转运动. 如图，在直角坐标系中，一个圆环沿着 x 轴向负方向滚动，圆心的初始位置为(5,1).

（1）若滚动时，圆环绕它的圆心旋转一周，则圆心到达何处？

（2）若圆环滚动到与 y 轴相切，则圆环绕它的圆心旋转了几周？



（第 11 题）

第3章

三视图与表面展开图

目录 CONTENTS<<

直棱柱、圆柱和圆锥在日常生活中有广泛的应用. 你能找到这些几何体形状的特征吗? 在设计图纸上怎样来描述蒙古包的轮廓? 这种图形又是根据怎样的原理绘制出来的?

本章将学习直棱柱、圆柱、圆锥等简单几何体的三视图和表面展开图. 通过本章的学习,我们将找到上述问题的答案.

3·1 投 影

你看过皮影戏吗？皮影戏就是用灯光将用兽皮或纸板做成的人物剪影投影在幕布上，在艺人的操纵下表演各种动作. 皮影戏是中国民间的一门古老传统艺术.

1

物体在光线的照射下，在某个平面内形成的影子叫做**投影**(projection). 这时，光线叫做**投射线**，投影所在的平面叫做**投影面**. 如图 3-1，地上的树影是树在阳光照射下的投影，投射线是太阳光线，投影面就是地面；图 3-2 是雕塑和它在灯光照射下的投影，灯光光线就是投射线，地面就是投影面.

图 3-1

图 3-2

由平行的投射线所形成的投影叫做**平行投影**(parallel projection). 例如，太阳光线、探照灯的光线都可以看成平行光线，它们所形成的投影就是平行投影.

合作学习

HEZUOXUEXI

在平行投影下，线段和平面图形的投影与图形本身、投影面、投射线之间的相对位置有什么关系？请就此问题作一探讨.

建议：

1. 以 4～6 人为一组，观察在太阳光线下，木杆和三角形纸板在地面的投影.

2. 不断改变木杆和三角形纸板的位置. 什么时候木杆的影子成为一个点，三角形纸板的影子是一条线段？当木杆的影子与木杆长度相等时，你发现木杆在什么位置？三角形纸板在什么位置时，它的影子恰好与三角形纸板成为全等图形？还有其他情况吗？

3. 根据前面的探索，你能解释下列示意图（图 3-3，图 3-4）的实际意义吗？

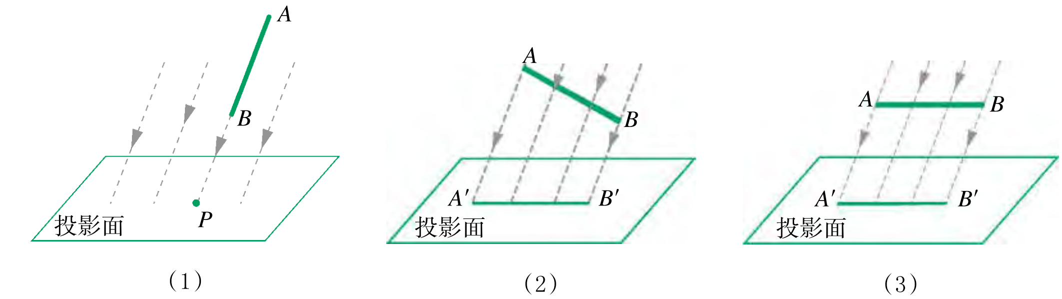


图 3-3

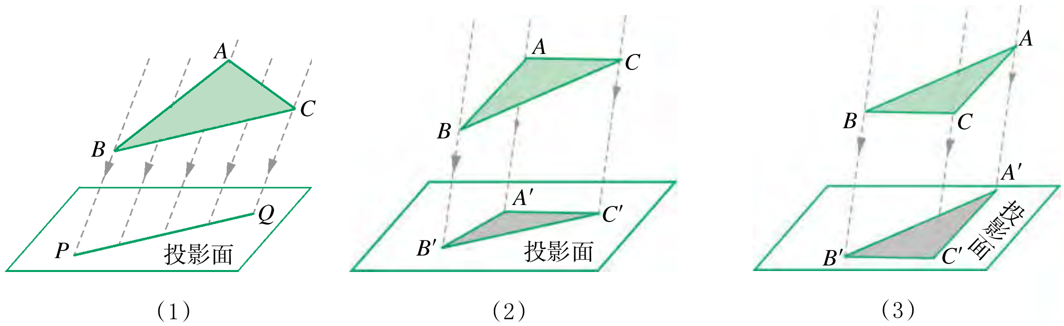


图 3-4

例1 如图3-5，已知竖直立在地面的甲旗杆和在太阳光线下形成的投影，在图中画出太阳光线，并画出此时竖直立在地面的乙旗杆的投影.

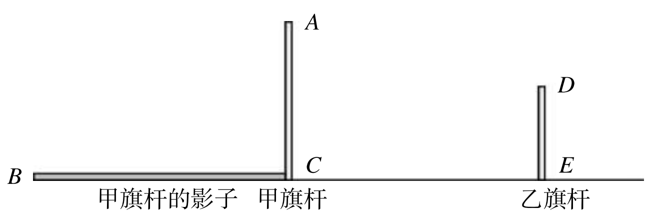


图 3-5

解 如图3-6，过点 A，B 作直线（虚线），太阳光线如图中的虚线所

示. 过点 D 作 AB 的平行线，交地平线于点 F. 线段 EF 就是乙旗杆 DE 的投影.

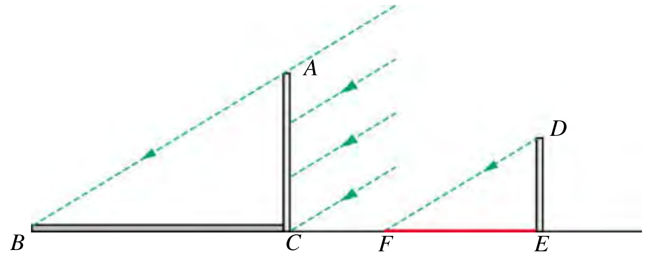
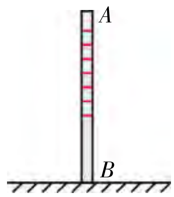


图 3-6

课内练习 KENEILIANXI



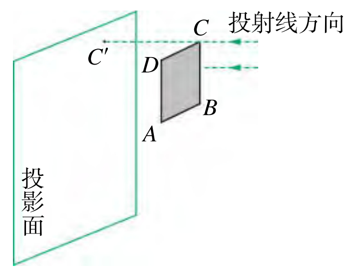
（第 1 题）

1. 如图，地面上直立一根标杆 AB.

（1）当阳光垂直照射地面时，标杆在地面上的投影是什么图形？

（2）当阳光与地面的倾斜角为 60° 时，标杆在地面上的投影是什么图形？画出投影示意图.

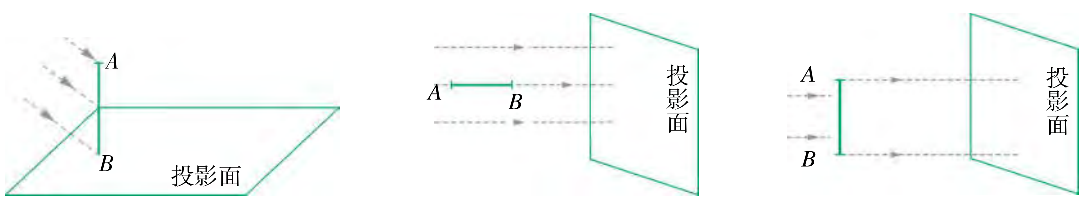
2. 一个正方形纸板 $ABCD$ 和投影面平行（如图），投射线和投影面垂直，点 C 在投影面的对应点为点 C'. 画出正方形纸板的投影示意图.



（第 2 题）

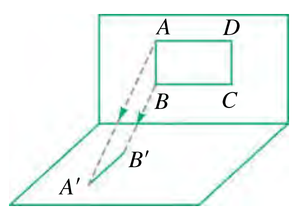
作业题 ZUOYETI

A 1. 分别根据下列条件（如图，带箭头虚线表示投射线），画出线段 AB 在投影面上的投影.



（第 1 题）

2. 如图，窗户的一条边 AB 在地面上的平行投影为 $A'B'$. 将整个窗户的投影补充完整.

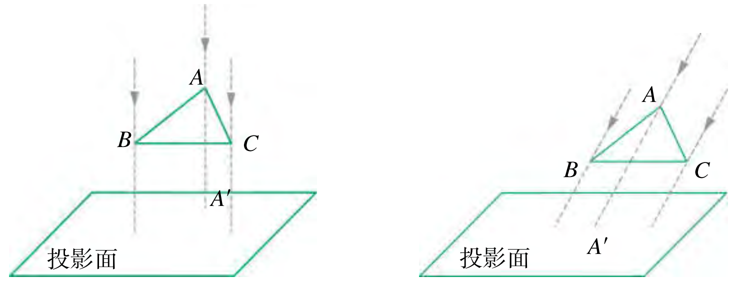


（第 2 题）

3. 分别根据下列条件(如图,虚线表示投射线)画出△ABC 在投影面上的平行投影.

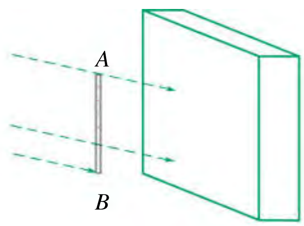
(1) △ABC所在平面与投影面平行,点 A 的投影为点 A'.

(2) △ABC所在平面与投射线平行,点 A 的投影为点 A'.



(第 3 题)

B 4. 如图,虚线表示太阳光线. 画出标杆 AB 分别在地面上和墙上的投影的示意图.



(第 4 题)

(第 5 题)

5. 如图,大小不同的两块长方形木板直立于地面,其中一块长方形木板在太阳光下的影子已经画出. 试画出另一块长方形木板在太阳光下的影子.

设计题 SHEJITI

如图 3-7,日晷是利用投影长度与角度的变化来测定时刻的仪器,是我国光辉灿烂的文化瑰宝. 请通过查阅资料、上互联网等途径,收集我国古代有关日晷的历史资料,探索用日晷测定时刻的数学原理,并就此写一篇数学小论文.

图 3-7

如图 3-8,墙上的手影是在灯光下形成的一种投影,它与平行投影不同,光线是从一点出发的. 由同一点出发的投射线所形成的投影叫做**中心投影**(central projection). 由于中心投影的投射线与平行投影的投射线具有不同的性质,因此,在这两种投影下,物体的影子也就有明显的差别. 如图 3-9, 当线段 AB 与投影面平行时,AB 的中心投影 $A'B'$把线段 AB 放大了,且 $AB/\!/A'B'$,$\triangle OAB\backsim\triangle OA'B'$. 又如图 3-10,当$\triangle ABC$ 所在的平面与投影面平行时,$\triangle ABC$ 的中心投影$\triangle A'B'C'$也把$\triangle ABC$ 放大了,$\triangle ABC$ 和$\triangle A'B'C'$是位似图形,点 S 是它们的位似中心.

图 3-8

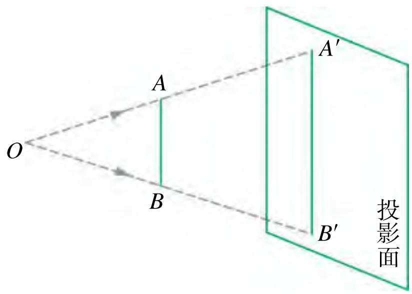


图 3-9

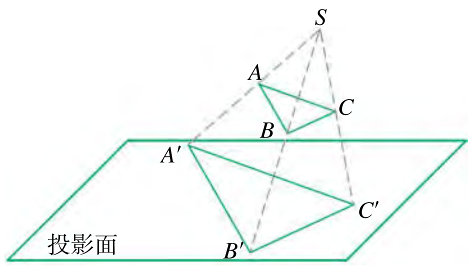


图 3-10

例2 图 3-11 的两幅图表示两根标杆在同一时刻的投影. 在图中画出形成投影的光线. 它们是平行投影还是中心投影? 请说明理由.

图 3-11

解 分别连结标杆的顶端与其投影上的对应点(图 3-12). 很明显,图(1)的投射线互相平行,是平行投影. 图(2)的投射线将相交于一点,是中心投影.

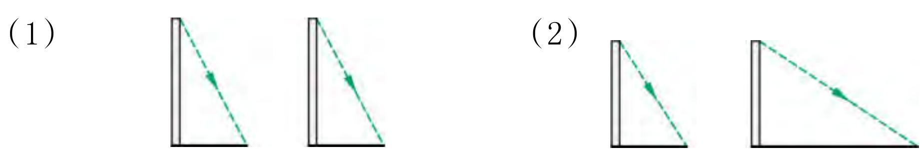


图 3-12

例3 如图 3-13，树 AB 在路灯 O 的照射下形成投影 AC. 已知树高 $AB=2\,\text{m}$，树影 $AC=3\,\text{m}$，树与路灯的水平距离 $AP=4.5\,\text{m}$. 求路灯的高度 OP.

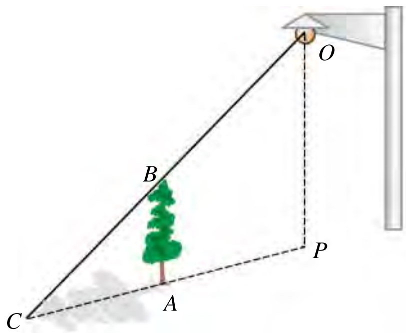


图 3-13

解 如图 3-13，可知 $\triangle ABC \backsim \triangle POC$，

则 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{PO}{PC}$，即 $\dfrac{2}{3}=\dfrac{PO}{3+4.5}$，解得 $PO=5$.

答：路灯的高度 OP 是 5 m.

课内练习 KENEILIANXI

1. 小明认为：在灯光下，如果甲的影子比乙的影子长，那么甲的身高一定比乙高. 你认为小明的结论正确吗？请说明理由.

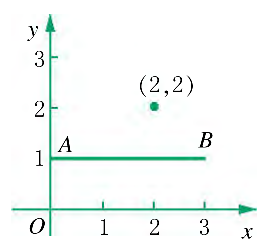
2. 下面两幅图中，哪一幅是太阳光下树的投影？哪一幅是路灯下树的投影？

(1)

(2)

（第 2 题）

3. 如图，在直角坐标系中，点 $(2,2)$ 是一个光源. 木杆 AB 两端的坐标分别为 $(0,1)$，$(3,1)$. 求木杆 AB 在 x 轴上的投影 $A'B'$ 的长.



（第 3 题）

作业题

A 1. 两根高度相同的木杆同时垂直立在同一地平面上，请你根据给出的条件，判断下列说法是否正确.

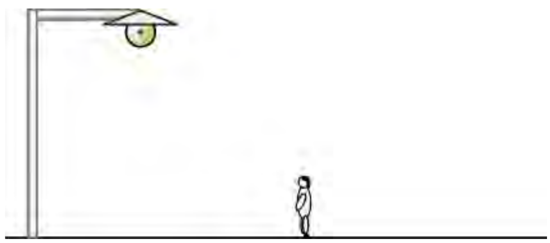
(1) 它们在灯光下的影长相等.

(2) 它们在阳光下的影长相等.

(3) 它们在灯光下的影子总在同一侧.

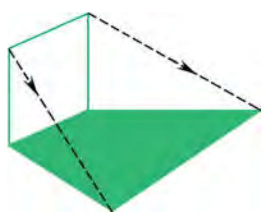
(4) 它们在阳光下的影子总在同一侧.

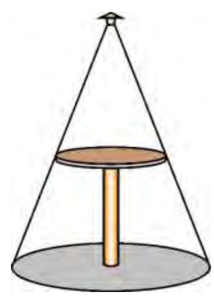
2. 小杰与小刚身高相同.一天晚上，两人在路灯下玩耍，小刚恰好站在小杰影子的头部. 请在图中分别画出小杰和小刚的影子（用线段表示）.



（第 2 题）

3. 在灯光的照射下，一块矩形木板在地面上形成的影子如图所示，请画出光源的位置.


（第 3 题）


（第 4 题）

B 4. 如图，在圆桌的正上方有一盏吊灯，在灯光下，圆桌在地板上的投影是面积为 $0.81\pi\ m^2$ 的圆. 已知圆桌的高度为 1 m，圆桌面的半径为 0.5 m. 求吊灯距地面的高度.

C 5. 某人身高 1.8 m，开始时站在路灯下的影子长为 3.6 m，然后他向路灯走近 3.6 m（指水平距离），此时他的影子长与身高相等.求路灯高，以及开始时他与路灯的水平距离.

3·2 简单几何体的三视图

如图所示的蒙古包的上部是圆锥，下部是圆柱，我们怎样用平面图形去表示其形状和大小呢？

1

在平行投影中，如果投射线垂直于投影面，那么这种投影就称为**正投影**(orthogonal projection). 人们常用不同方向上的正投影来表达物体的形状和大小.

合作学习 HEZUOXUEXI

如图 3-14，长方体的侧棱与水平投影面垂直，请与同伴一起探讨下面的问题：

(1) 这个长方体的四条侧棱在水平投影面上的正投影是什么图形？

(2) 画出长方体在水平投影面上的正投影(棱 A_1A 在水平投影面上的正投影为 A')，得到的正投影是什么图形？它与长方体的底面有什么关系？

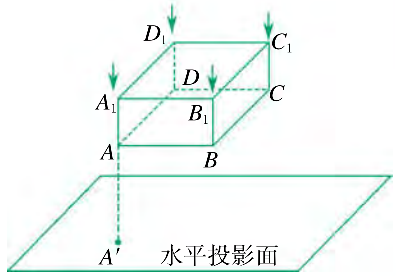


图 3-14

由上面的探究可以发现，沿一个方向的物体的正投影从一个方面反映了物体的形状和大小. 为了全面地反映一个物体的形状和大小，除了水平投影面外，人们常常再选择正面和侧面两个投影面[❶]，画出物体的正投影.

如图 3-15，长方体正投影面上的正投影是一个和矩形 A_1ABB_1 全等的矩形；从左向右在侧投影面上的正投影是一个和矩形 A_1ADD_1 全等的矩形. 把侧投影面、水平投影面分别向右、向下旋转 90°，使三个正投影处于同一平面，如图 3-16. 这就是人们常用于表示物体形状和大小的三视图.

❶ 正面和侧面两个投影面分别简称正投影面和侧投影面，如图 3-15.

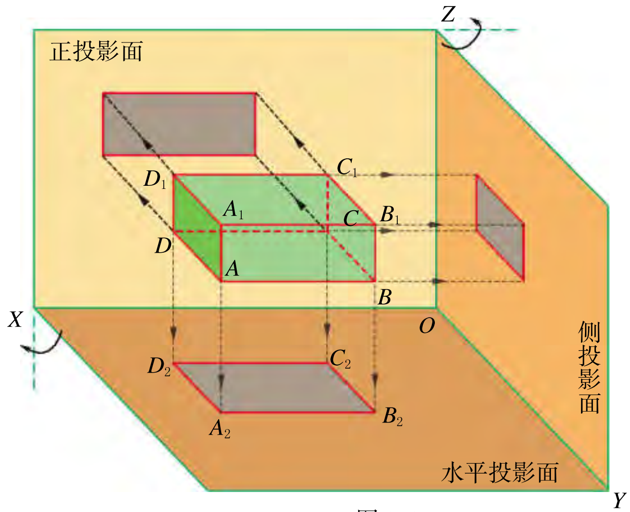


图 3-15

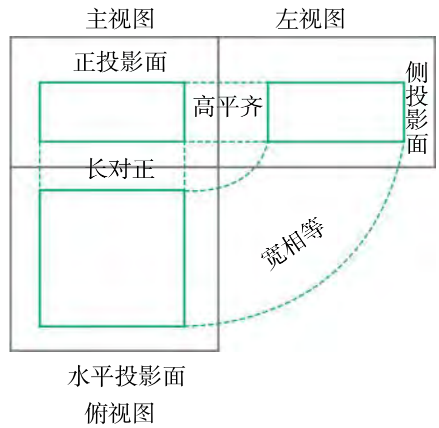


图 3-16

物体在正投影面上的正投影叫做**主视图**，在水平投影面上的正投影叫做**俯视图**，在侧投影面上的正投影叫做**左视图**. 主视图、左视图和俯视图合称**三视图**. 产生主视图的投射线方向也叫做**主视方向**. 从图3-16可以看出，在三视图中，主视图和俯视图共同反映了物体左右方向的尺寸，通常称之为“长对正”；主视图和左视图共同反映了物体上下方向的尺寸，通常称之为“高平齐”；俯视图和左视图共同反映了物体前后方向的尺寸，通常称之为“宽相等”.

“长对正、高平齐、宽相等”是画三视图必须遵循的法则. 在画三视图时，我们一般先选择主视方向，画出主视图，再把左视图画在主视图的右边，把俯视图画在主视图的下方.

例1 如图 3-17，一个长方体的底面是一个正方形. 请按立体图的尺寸大小和指定的主视方向画出三视图.

解 所求三视图如图 3-18.

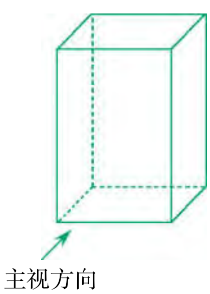


图 3-17

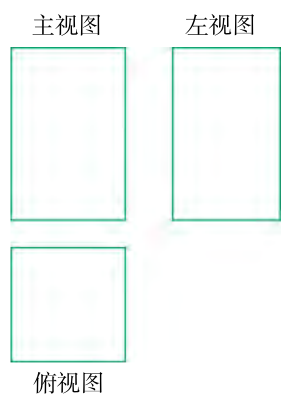


图 3-18

棱柱是特殊的几何体，分为直棱柱和斜棱柱，现阶段我们只讨论直棱柱. 直棱柱的上下底面可以是三角形、四边形、五边形……侧面都是矩形，上、下底面是全等多边形. 根据底面图形的边数，我们就说它是直三棱柱、直四棱柱、直五棱柱……(图 3-19).

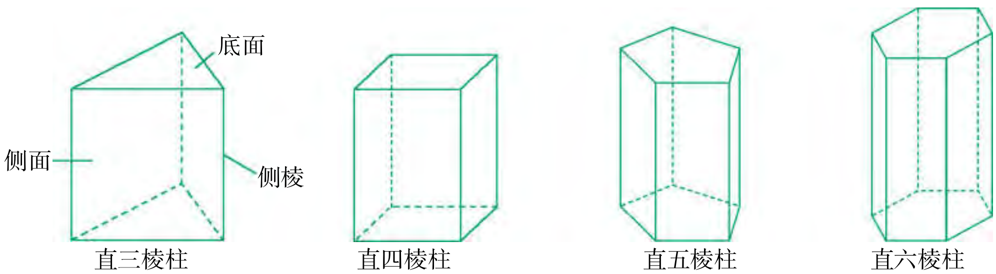


图 3-19

长方体和立方体都是直四棱柱.

例2 一个直五棱柱的立体图如图 3-20 所示，它的底面形状是一个正方形被裁去一个等腰三角形后所成的五边形，立体图上标注的尺寸是实际尺寸(单位：cm). 选取适当的比例画出它的三视图.

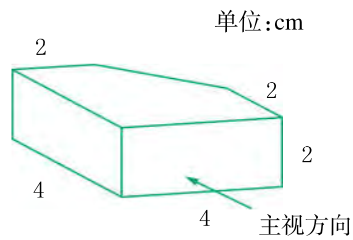


图 3-20

解 按 1:2 的比例，画出三视图如图 3-21.

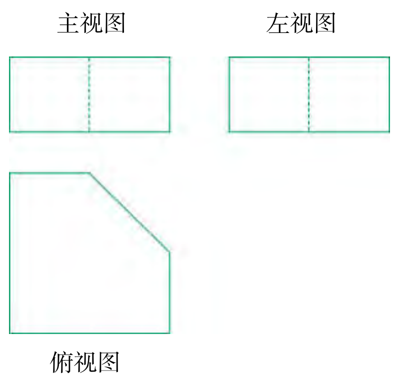


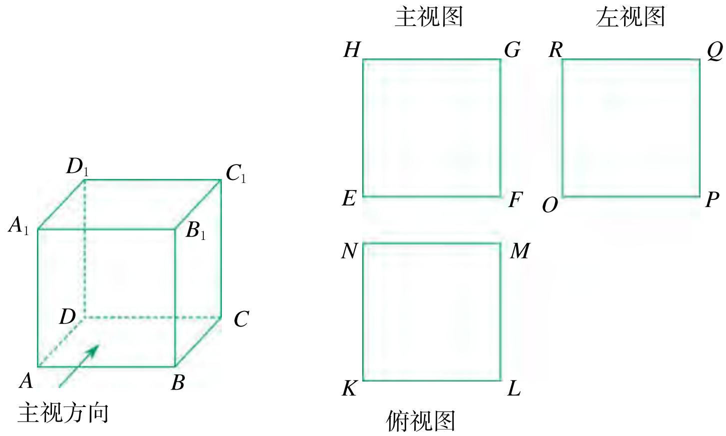
图 3-21

注 意

看不到的轮廓线通常画成虚线.

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图为一个立方体和它的三视图，完成下面的填空.



（第 1 题）

（1）棱 AD 在正投影面上的正投影是________，在水平投影面上的正投影是________.

（2）侧面 BCC_1B_1 在正投影面上的正投影是________，在侧投影面上的正投影是________.

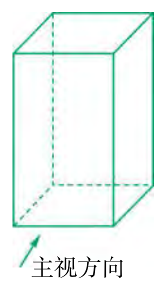
2. 如图是底面为正方形的直四棱柱，下面有关它的三个视图的说法正确的是(　　)

（A）俯视图与主视图相同.

（B）左视图与主视图相同.

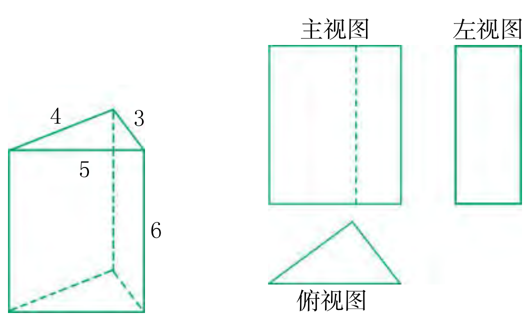
（C）左视图与俯视图相同.

（D）三个视图都相同.



（第 2 题）

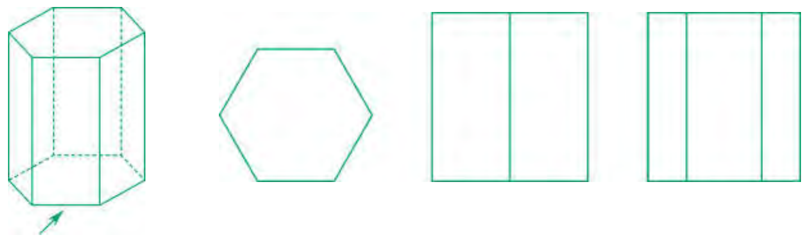
3. 如图是一个直三棱柱的立体图和三视图，根据立体图上的尺寸标注其三视图的尺寸.



（第 3 题）

作业题 ZUOYETI

A **1.** 填写如图直六棱柱的三个视图的名称.



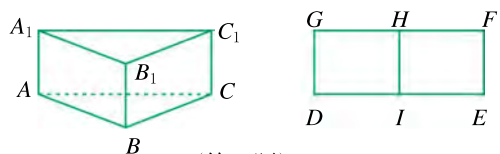
______　______　______

（第 1 题）

2. 如图为一个几何体和它的主视图,请完成下面的填空.

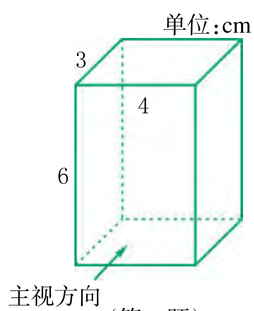
（1）几何体的三条侧棱 AA_1,BB_1,CC_1 在正投影面上的正投影分别是________,________,________.

（2）下底面△ABC 在正投影面上的正投影是__________;
左侧面矩形 A_1ABB_1 在正投影面上的正投影是__________.

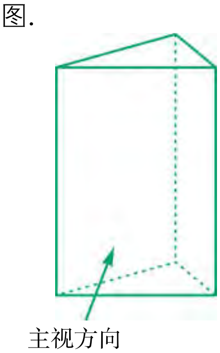


（第 2 题）

3. 按 1∶4 的比例画出如图长方体的三视图.



（第 3 题）



（第 4 题）

B **4.** 一个直棱柱的底面是边长为 1 cm 的等边三角形，侧棱长为 1.5 cm. 画出它的三视图(尺寸比例自选).

5. 一个直棱柱的高为 2.4 cm,它的俯视图是平行四边形(如图). 按 1∶1 的比例画出它的三视图.

（第 5 题）

下面我们来学习怎样画圆柱、圆锥等简单旋转体的三视图.

例3 如图 3-22,一个圆柱的底面半径为 1.2 cm,高为 1.6 cm. 按所标的主视方向说出它在正投影面、水平投影面、侧投影面上的正投影各是什么图形,并按指定的主视方向画出它的三视图(比例为 1∶1).

解 圆柱在正投影面上的正投影是矩形,在水平投影面上的正投影是圆,在侧投影面上的正投影是矩形. 其三视图如图 3-23.

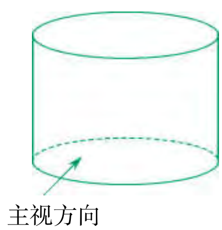


图 3-22

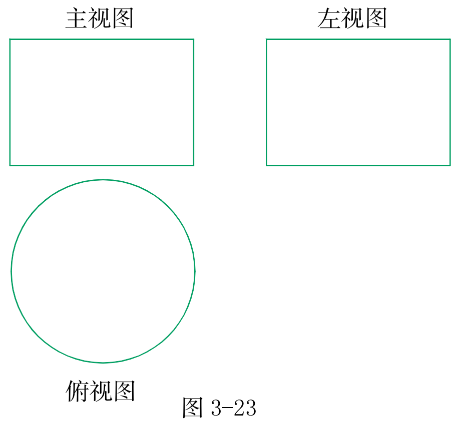


图 3-23

值得注意的是,对于同一个物体,如果选择不同的主视方向,那么画出的三视图也将不同. 画物体的三视图时我们通常选择合适的主视方向,使得三视图易画、易读.

对于上例的圆柱,如果按图 3-24 的主视方向,那么其三视图如图 3-25 所示.

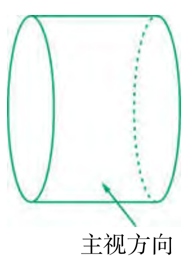


图 3-24

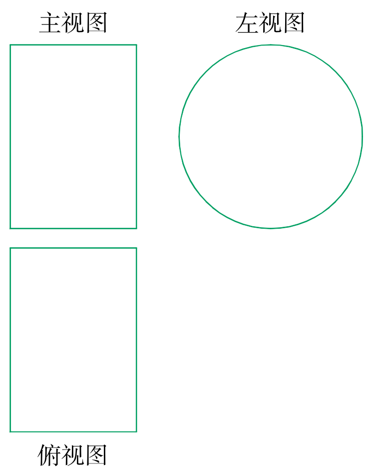


图 3-25

例4 如图 3-26，一个圆锥的底面直径为 8 cm，高为 6 cm. 按 1∶4 的比例画出它的三视图.

分析 若以垂直于圆锥的轴截面[1] ABC 的方向为主视方向（图 3-26），则这个圆锥在正投影面上的正投影是一个底边长为 8 cm，高为 6 cm 的等腰三角形，在水平投影面上的正投影是直径为 8 cm 的圆，在侧投影面上的正投影与在正投影面上的正投影相同. 按 1∶4 的比例，主视图、左视图是底边长为 2 cm，高线长为 1.5 cm 的等腰三角形，俯视图是直径为 2 cm 的圆.

解 所求三视图如图 3-27.

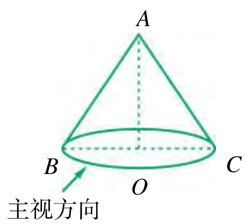


图 3-26

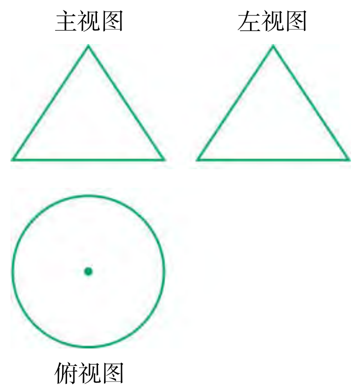


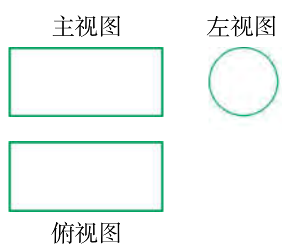
图 3-27

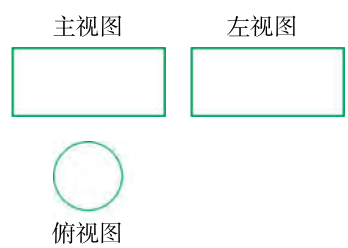
课内练习 KENEILIANXI

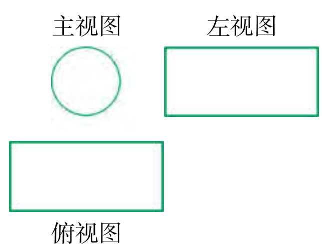
1. 下列选项中，如图圆柱的三视图画法正确的是（　　）

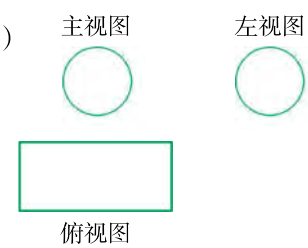

圆柱

（第 1 题）

（A）


（B）


（C）


（D）


[1] 圆锥的轴截面指过圆锥顶点和底面圆心的截面.

2. 球的三个视图是什么图形?

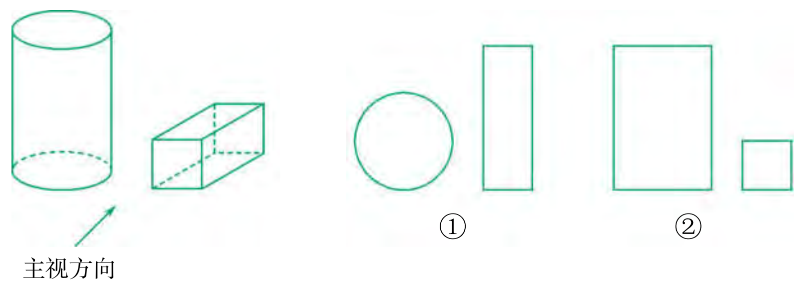
3. 已知一个圆锥的底面半径为 1.5 cm,高为 3 cm. 按 1∶1 的比例画出这个圆锥的三视图(主视方向自选[1]).

作业题 ZUOYETI

A 1. 将图中的实物与它的主视图用线连起来.

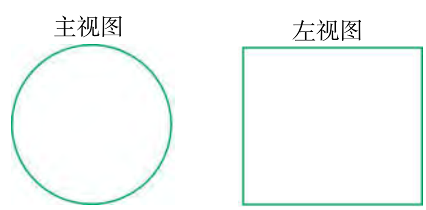
(第 1 题)

2. 一个圆柱和一个长方体如图放置,说出下面①②两组视图分别是什么视图.



(第 2 题)

3. 如图为一个圆柱的主视图和左视图,补画它的俯视图.



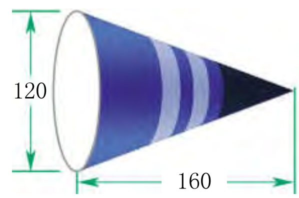
(第 3 题)

[1] 在没有特别说明的情况下,画三视图的主视方向可自选,下同.

B 4. 如图是一个底面直径与高相等的圆柱,按立体图尺寸画出它的三视图.

（第 4 题）

单位:mm



（第 5 题）

5. 选取合适的比例,画出如图圆锥的三视图.

3

运用我们已经掌握的基本几何体(直棱柱、圆柱、圆锥、球)的三视图的画法,就能画一些简单物体的三视图.

例5 如图 3-28, 一个蒙古包上部的圆锥部分和下部的圆柱部分的高都是 2m,底面直径为 3m. 以 1:200 的比例画出它的三视图.

分析 我们可以把蒙古包看成圆柱和圆锥两种几何体的组合体. 利用三视图的正投影原理,想象出蒙古包在正投影面、水平投影面、侧投影面上的正投影的图形,就可画出三视图.

解 按 1:200 的比例画出蒙古包的三视图,如图 3-29.

图 3-28

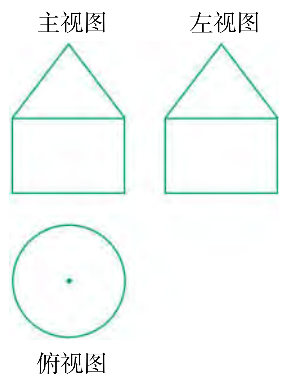


图 3-29

例6 如图 3-30，一个六角螺帽毛坯底面正六边形的边长为 120 mm，高为 120 mm，内孔直径为 120 mm. 画出这个六角螺帽毛坯的三视图.

分析 六角螺帽毛坯可以看成在底面为正六边形的直六棱柱的中间挖去一个圆柱. 根据直六棱柱和圆柱的三视图的画法，我们就能画出这个六角螺帽毛坯的三视图.

解 选取 1∶10的比例，画出这个六角螺帽毛坯的三视图，如图 3-31.

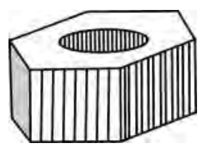


图 3-30

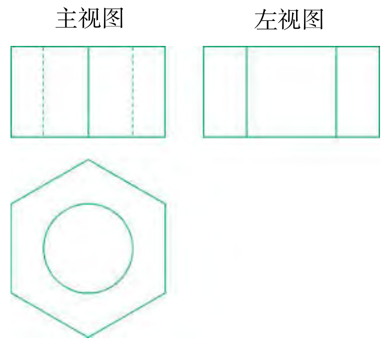


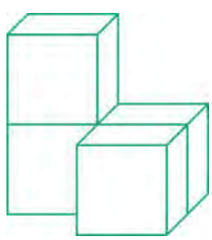
图 3-31

课内练习 KENEILIANXI

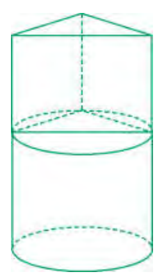
1. 如图，下列关于物体的主视图画法正确的是(　　)

（第 1 题）　（A）　（B）　（C）　（D）

2. 如图是由四个相同的小立方块搭成的几何体，画出它的三视图(按立体图尺寸).



（第 2 题）

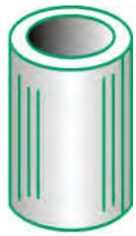


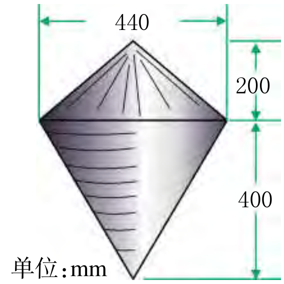
（第 3 题）

3. 如图是一个多功能塞子，上部是直三棱柱(三棱柱的底面是等腰三角形)，下部是圆柱. 画出它的三视图(按立体图尺寸).

作业题 ZUOYETI

A 1. 如图，一截钢管的内直径为 200 mm，外直径为 260 mm，高为 300 mm. 选取适当的比例画出它的三视图.

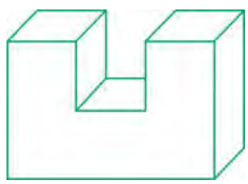

（第 1 题）

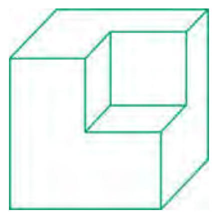


（第 2 题）

2. 如图物体由两个圆锥组成. 选取适当的比例画出它的三视图.

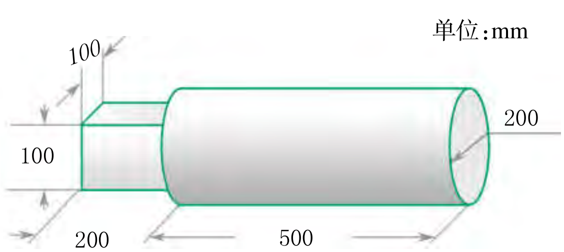
3. 如图是一个“凹”字形几何体. 画出它的三视图（尺寸自选）.


（第 3 题）


（第 4 题）

B 4. 从一个边长为 2 cm 的大立方体上挖去一个小立方体（边长是大立方体的一半），得到的几何体如图所示. 画出它的三视图（比例为 1 ∶ 1）.

5. 选取适当的比例画出如图零件的三视图（直四棱柱的底面是正方形，其中心与圆柱底面的圆心重合）.



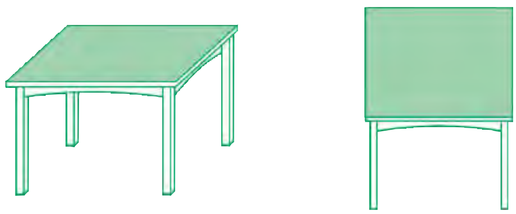
（第 5 题）

立体图的一种画法

如图 3-32，甲、乙两图分别是小明和小慧画的方桌图.

（1）两幅图中，桌面画法的区别在哪里？你认为哪种画法更有立体感？

（2）量一量，图甲中，表示桌面的平行四边形的锐角是多少度？四条边的长度有什么关系？



甲　　　　乙

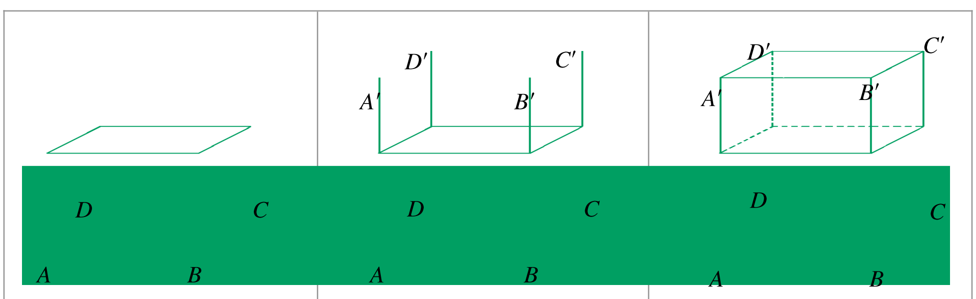
图 3-32

在画立体图形时，我们常把其中水平位置的正方形或长方形画成平行四边形，它的锐角是 45°，横向边长与实际边长相同，纵向边长画成实际边长的一半.

例　画棱长为 2 cm 的立方体的立体图形.

分析　画立方体的立体图形时，上、下底面应画成平行四边形，其中的锐角是 45°，横向边长与实际边长相同，为 2 cm，纵向边长画成实际边长的一半，为 1 cm；侧棱长应与实际棱长相同，为 2 cm，且互相平行.

画法　如图 3-33.



（1）画下底面.

（2）画侧棱.

（3）画上底面，并把被遮挡的线改为虚线（或擦去）.

图3-33

请试一试：

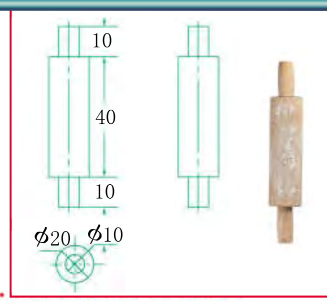
1. 画一个立方体的立体图形，使立方体的棱长等于已知线段 l（图 3-34）.

2. 画长、宽、高分别为 1.8 cm，1.4 cm，0.9 cm 的长方体的立体图形.

图 3-34

3·3 由三视图描述几何体

单位：mm



根据三视图，工人就能制造出符合设计要求的零件.

三视图不仅反映了物体的形状，而且反映了各个方向的尺寸大小. 在制造机器、工具、生活用品等时，设计人员通常把自己构思的产品形状用三视图表示出来，再由工人根据三视图制造出符合要求产品. 因此三视图在许多行业有着广泛的应用.

合作学习

HEZUOXUEXI

你能从下面的三视图（图 3-35）中推断出它们分别表示什么几何体吗？

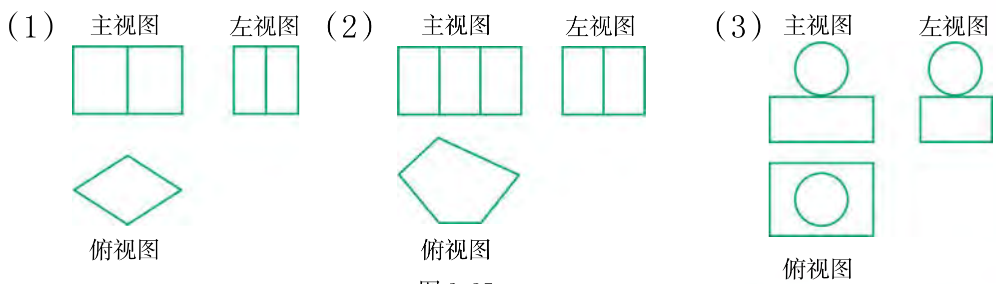


图 3-35

由三视图描述几何体(或实物原型),一般先根据各视图想象从各个方向看到的几何体形状,然后综合起来确定几何体(或实物原型)的形状,再根据三个视图“长对正、高平齐、宽相等”的关系,确定轮廓线的位置以及各个方向的尺寸.

例 已知一个几何体的三视图如图 3-36 所示,描述该几何体的形状,量出三视图的有关尺寸,并根据已知的比例求出它的侧面积(精确到0.1 cm^2).

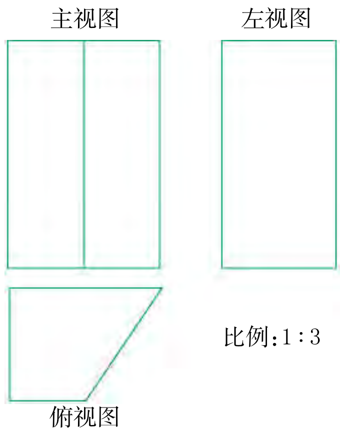


图 3-36

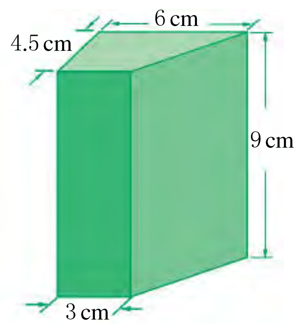


图 3-37

分析 由主视图和左视图知道,这个几何体是直棱柱,但不能确定棱的条数. 再由俯视图可以确定它是直四棱柱,且底面是梯形.

解 这个几何体是底面为梯形的直四棱柱. 量出有关尺寸,根据比例1∶3,可得这个直四棱柱各个方向的尺寸,如图 3-37.

它的四个侧面都是长为 9 cm 的长方形,前侧面的宽为 3 cm,后侧面的宽为6 cm,左侧面的宽为 4.5 cm.

由勾股定理,可得右侧面的宽为$\sqrt{4.5^2+(6-3)^2}$(cm).

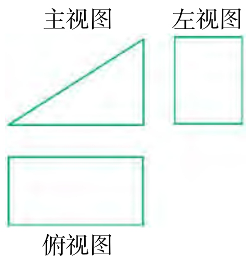
所以它的侧面积为

$$3\times9+6\times9+4.5\times9+\sqrt{4.5^2+(6-3)^2}\times9\approx170.2(cm^2).$$

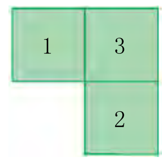
答:这个几何体的侧面积为 170.2 cm^2.

课内练习 KENEILIANXI

1. 某物体的三视图如图所示,说出它的形状.



(第 1 题)



(第 2 题)

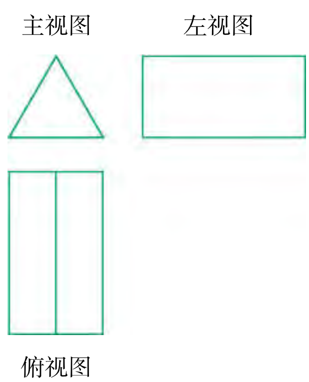
2. 由几个相同的小立方块搭成的几何体的俯视图如图所示,方格中的数字表示在该位置的小立方块的个数. 画出这个几何体的三视图.

作业题 ZUOYETI

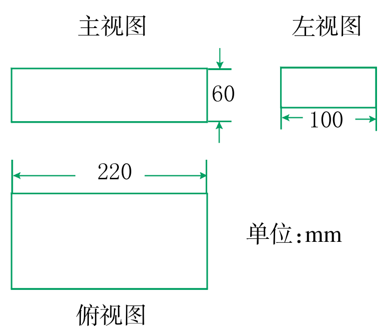
A 1. 已知一个几何体的三个视图都是全等的正方形, 则这个几何体是__________.

2. 已知一个几何体的三个视图都是半径相等的圆, 则这个几何体是__________.

3. 一个几何体的三视图如图所示. 它是什么几何体?



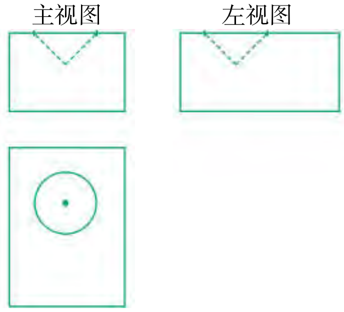
(第 3 题)



(第 4 题)

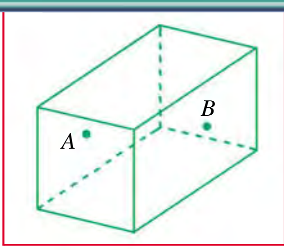
B 4. 一个几何体的三视图如图所示. 说出这个几何体的形状, 并求出它的表面积.

5. 一个几何体的三视图如图所示，描述这个几何体的形状.



（第 5 题）

3·4 简单几何体的表面展开图



杜登尼（Dudeney，1857～1930 年）是 19 世纪英国知名的谜题创作者，下面的问题来源于他创作的“蜘蛛和苍蝇”问题：在一个长、宽、高分别为 3 米，2 米，2 米的长方体房间内，一只蜘蛛在一面墙的中间，离天花板 0.1 米处（点 A 处），苍蝇在对面墙的中间，离地面 0.1 米处（点 B 处）. 试问，蜘蛛去捉苍蝇需要爬行的最短路程是多少？

1

合作学习 HEZUOXUEXI

分别将三个立方体纸盒沿某些棱剪开，且使六个面连在一起，然后铺平. 你能得到下列图形（图 3-38）吗？请试一试. 你还能得到其他不同的展开图吗？

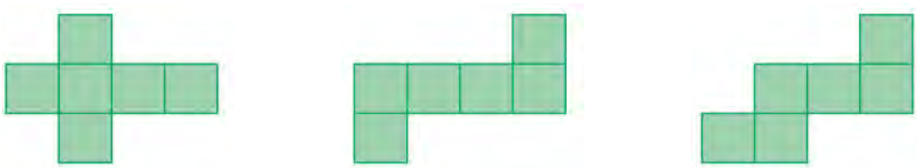


图 3-38

像图 3-38 那样，将几何体沿着某些棱“剪开”，并使各个面连在一起，铺平所得到的平面图形称为几何体的**表面展开图**(net).

例1 图 3-39 是一个立方体的表面展开图吗？如果是，分别用1,2,3,4,5,6 中的同一个数字表示立方体和它的展开图中各对对应的面（只要求给出一种表示法）.

分析 可以先用折叠的方法试一试，看它能否折成一个立方体.

解 图 3-39 是一个立方体的表面展开图，各对应面上的数字表示如图 3-40 和图 3-41.

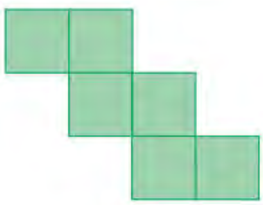


图 3-39

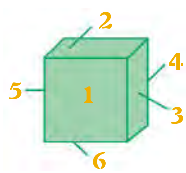


图 3-40

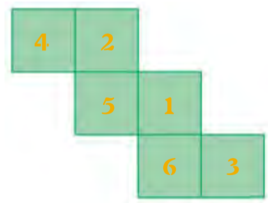
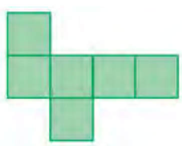
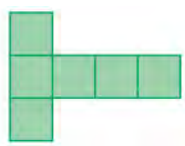


图 3-41

做一做 ZUOYIZUO

下列各图中，哪些图能折叠成一个立方体？动手试一试.


①


②

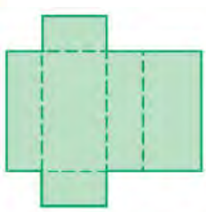

③

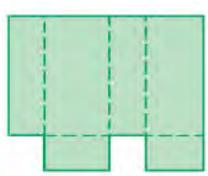
例2 如图 3-42，为了生产这种牛奶包装盒，需要先画出展开图纸样.

(1) 如图 3-43 给出三种纸样，它们都正确吗？

(2) 从图 3-43 正确的纸样中选出一种，标注上尺寸.

图 3-42


甲


乙

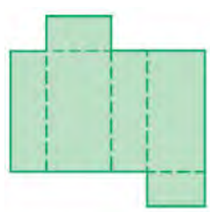

丙

图 3-43

（3）利用你所选的一种纸样，求出包装盒的侧面积和全面积（侧面积与两个底面积的和）.

解　（1）图 3-43 中，因为表示底面的两个长方形不可能在同一侧，所以图乙不正确. 图甲和图丙都正确（请动手试一试，为什么？）.

（2）根据图 3-43，若选图甲，可得表面展开图及尺寸标注如图 3-44 所示.

（3）由图 3-44 得，包装盒的侧面积和全面积为

$$S_{侧}=(b+a+b+a)h$$
$$=2ah+2bh;$$
$$S_{表}=S_{侧}+2S_{底}$$
$$=2ah+2bh+2ab.$$

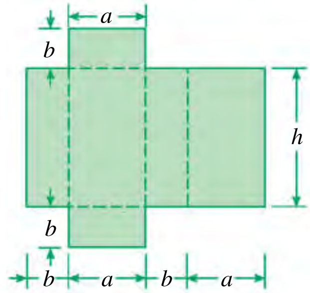
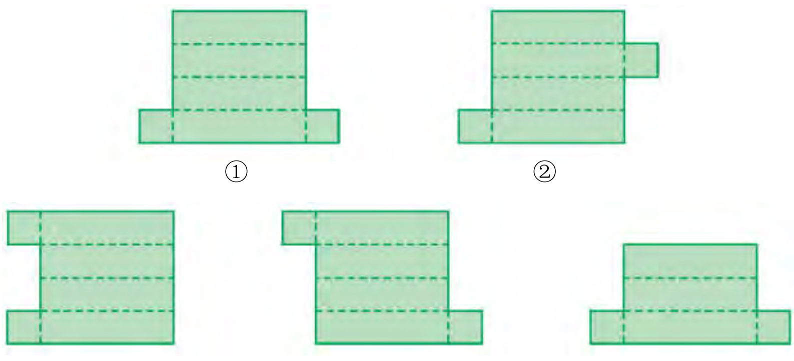


图 3-44

课内练习 KENEILIANXI

1. 下面哪些图形经过折叠可以围成一个棱柱？



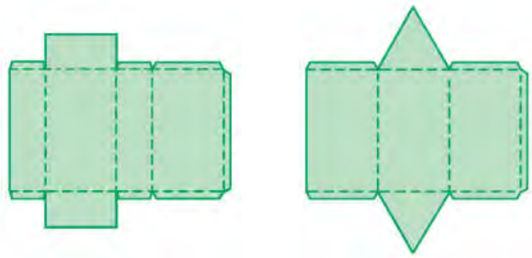
（第 1 题）

2. 画出如图所示的底面为正三角形的直棱柱的表面展开图（尺寸大小自选）.


（第 2 题）

作业题 ZUOYETI

A **1.** 用较厚的纸按照图示画好剪下，再把它折起来粘好，做成直棱柱模型（选做其中一个）.



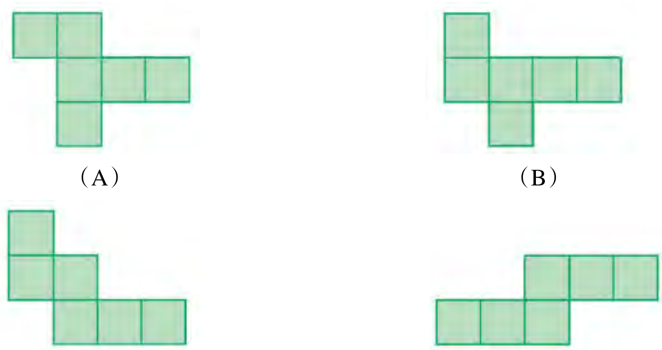
（第 1 题）

2. 如图是哪一种几何体的表面展开图？先想一想，再折一折.

（第 2 题）

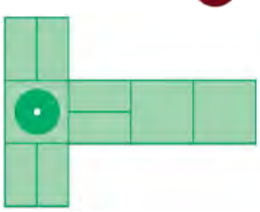
3. 画出底面边长为 2 cm，侧棱长为 4 cm 的正四棱柱的表面展开图，并计算这个正四棱柱的侧面积和全面积（尺寸比例自选）.

4. 下列各图中，经过折叠不能围成一个立方体的是（　　）



（A）　（B）　（C）　（D）

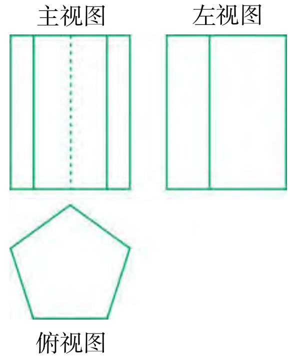
B **5.** 一个立方体的表面展开图如图所示，将其折叠成立方体，正确的是（　　）



（第 5 题）

（A）　（B）　（C）　（D）

6. 如图为一几何体的三视图，试画出其表面展开图（尺寸自选）.



（第 6 题）

7. 解决本节节前语中的问题.

2

下面我们来探索圆柱的表面展开图.

如图 3-45，圆柱可以看做由一个矩形绕它的一条边（BC）旋转一周，其余各边所成的面围成的几何体. AB，CD 旋转所成的面就是圆柱的两个**底面**（base），是两个半径相同的圆. AD 旋转所成的面就是圆柱的**侧面**（lateral face），AD 不论转动到哪个位置，都是圆柱的**母线**.

如果沿圆柱的任意一条母线（MN）把圆柱的侧面“剪开”，铺平，那么就得到圆柱的侧面展开图，如图 3-46，这个侧面展开图是一个矩形（矩形 $ABCD$）. 这个矩形的一条边（AD）等于圆柱的母线长，也就等于圆柱的高，另一条与它相邻的边（AB）等于底面圆的周长. 一般地，一个底面半径为 r，母线长为 l 的圆柱的表面展开图如图 3-47 所示.

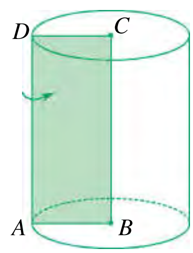


图 3-45

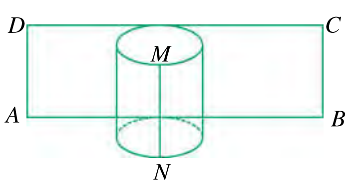


图 3-46

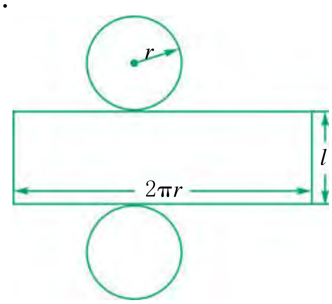


图 3-47

例3 如图 3-48 为一个圆柱的三视图. 以相同的比例画出它的表面展开图,并计算它的侧面积和全面积(结果保留 π).

分析 由图 3-48 知,圆柱底面圆的半径 r 为 1 cm,母线长 l 为 2.5 cm. 因此圆柱的表面展开图中两个底面应画成半径为 1 cm 的圆, 侧面展开图应画成长为 $2\pi r=2\pi\times1\approx6.28$(cm),宽为 2.5 cm 的长方形.

解 所求圆柱的表面展开图如图 3-49.

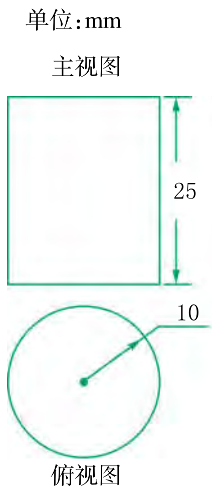


图 3-48

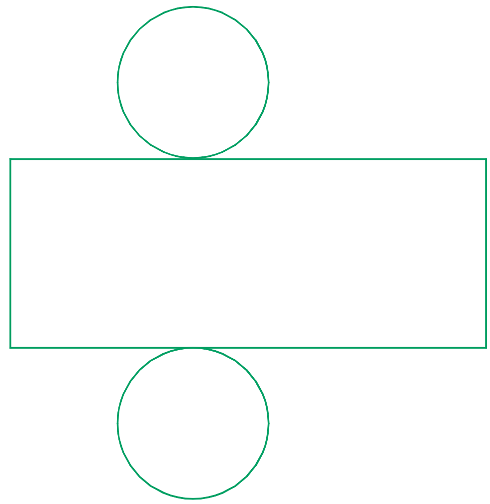


图 3-49

$S_{侧}=2\pi rl=2\times\pi\times1\times2.5=5\pi(\text{cm}^2)$;

$S_{全}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi\times1^2+2\pi\times1\times2.5=7\pi(\text{cm}^2)$.

答:这个圆柱的侧面积为 5π cm^2,全面积为 7π cm^2.

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图,已知矩形 $ABCD$,$AB=25$ cm,$AD=13$ cm. 若以 AD 边为轴,将矩形旋转一周,则所成的圆柱的底面直径是________cm,母线长是________cm, 侧面展开图是一组邻边长分别为________的一个矩形.

(第 1 题)

2. 一个圆柱的底面直径为 20 cm,母线长为 15 cm. 求这个圆柱的侧面积和全面积(结果保留 π).

探究活动 TANJIUHUODONG

如图 3-50，一只蚂蚁在圆柱的底面 A 处，准备沿着圆柱的侧面爬到 B 处，它怎样爬行路线最近？先说说你的解题思路，然后给出解答，并算出最近路线的长（精确到 0.01 cm）.

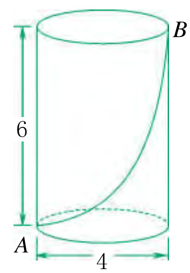
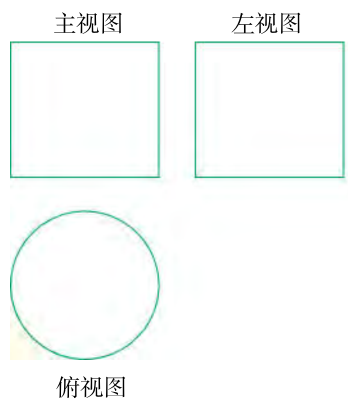


图 3-50

作业题 ZUOYETI

A **1.** 一个圆柱的底面半径为 120 mm，母线长为 280 mm. 以 1∶10 的比例画出它的表面展开图，并求出它的侧面积和全面积（结果保留 π）.

2. 如图为一个圆柱的三视图. 根据三视图的尺寸，画出这个圆柱的表面展开图.



（第 2 题）

3. 已知圆柱的全面积为 $150\pi\ \text{cm}^2$，母线长为 10 cm. 求这个圆柱的底面半径.

B **4.** 已知一个圆柱的侧面展开图是长为 20π cm，宽为 10 cm 的矩形. 描述这个圆柱的形状，并画出它的三视图（尺寸比例自选）.

5. 已知一个圆柱的底面半径 r 与母线长 l 的比为 2∶3，圆柱的全面积为 $500\pi\ \text{cm}^2$. 选取适当的比例画出这个圆柱的表面展开图.

下面我们来探讨圆锥的表面展开图.

如图 3-51，圆锥可以看做将一个直角三角形绕它的一条直角边(AC)旋转一周,它的其余各边所成的面围成的一个几何体. 直角边 BC 旋转所成的面就是圆锥的**底面**,斜边 AB 旋转所成的面就是圆锥的**侧面**. 斜边 AB 不论转动到哪一个位置,都叫做圆锥的**母线**.

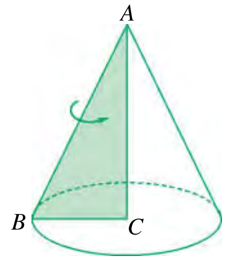


图 3-51

合作学习
HEZUOXUEXI

（1）将一个圆锥模型的侧面沿它的一条母线剪开、铺平. 观察所得的平面图形(图 3-52)是什么图形.

（2）圆锥的底面圆周长与侧面展开图有什么关系?

（3）推导圆锥的侧面积公式.

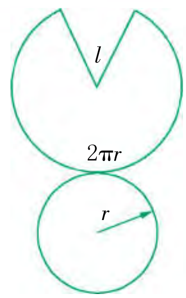


图 3-52

一般地,一个底面半径为 r,母线长为 l 的圆锥的侧面展开图是一个半径为母线长 l，弧长为底面圆周长 $2\pi r$ 的扇形,如图 3-53. 由此我们可以得到圆锥的侧面积和全面积公式:

$$S_{侧}=\pi rl;$$

$$S_{全}=\pi r^2+\pi rl.$$

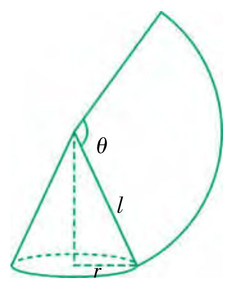


图 3-53

若设圆锥的侧面展开图扇形的圆心角为 θ,则由 $\frac{\pi\theta l}{180^\circ}=2\pi r$,得到圆锥侧面展开图扇形的圆心角度数的计算公式:

$$\theta=\frac{r}{l}\cdot 360^\circ.$$

例4 圆锥形烟囱帽(图 3-54)的母线长为 80 cm,高为 38.7 cm.

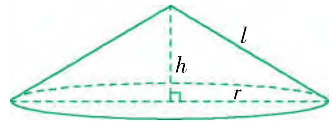


图 3-54

(1) 求这个烟囱帽的面积(精确到 10^3cm^2).

(2) 以 1:40 的比例画出这个烟囱帽的展开图.

解 (1) $\because \quad l=80\text{ cm}, h=38.7\text{ cm},$

$\therefore \quad r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{80^2-38.7^2}\approx 70(\text{cm}),$

$\therefore \quad S_{侧}=\pi rl=\pi\times 70\times 80\approx 1.8\times 10^4(\text{cm}^2).$

答:烟囱帽的面积约 $1.8\times 10^4 \text{cm}^2$.

(2) 烟囱帽的展开图的扇形圆心角为

$$\theta=\frac{r}{l}\times 360°=\frac{70}{80}\times 360°=315°.$$

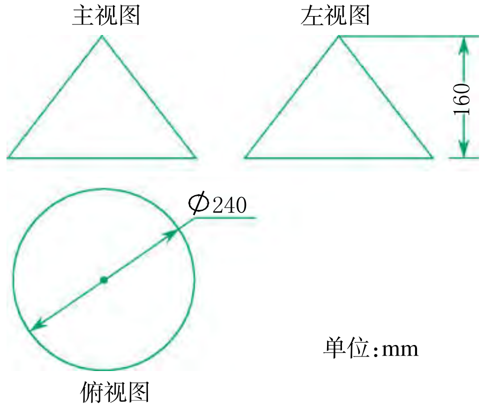
按 1:40 的比例画这个烟囱帽的展开图,如图 3-55.


图 3-55

课内练习 KENEILIANXI

1. 已知圆锥的底面半径为 12 cm,母线长为 20 cm.求这个圆锥的侧面积和全面积.

2. 如图为一个圆锥的三视图.以相同的大小比例画出它的表面展开图.



(第 2 题)

作业题 ZUOYETI

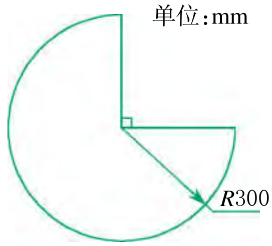
A **1.** 已知圆锥的底面半径为 10 cm,母线长为 15 cm.求这个圆锥的侧面积和全面积.

2. 一个圆锥的侧面展开图是半径为 18 cm，圆心角为 240°的扇形. 求这个圆锥的底面半径.

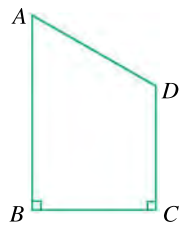
3. 将半径为30 cm 的圆形铁皮剪成三个全等的扇形，用来做三个无底的圆锥形筒，则圆锥形筒的高是多少(不计接头)?

4. 已知圆锥的轴截面是边长为 6 cm 的正三角形. 求圆锥的高和侧面积，并以 1∶2 的比例画出圆锥的表面展开图.

B **5.** 如图为一个圆锥的侧面展开图. 以 1∶10 的比例画出它的三视图.



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$BC=CD=10$，$AB=15$，$AB\perp BC$，$CD\perp BC$. 把四边形 $ABCD$ 绕直线 CD 旋转一周，求所得几何体的表面积.

PROJECT 设计题 SHEJITI

制作如图 3-56 的纸帽，使纸帽的高为 20 cm，底面半径为 8 cm. 要求：

（1）说明怎样确定纸帽的侧面展开图的圆心角.

（2）画出侧面展开图的示意图.

（3）根据侧面展开图的图样，说明应如何取料.

（4）用漂亮的彩纸做两顶这样的纸帽.

图 3-56

小结

XIAOJIE

填空.

1. 物体在光线的照射下，在某个________内形成的影子叫做________，这时，光线叫做________，投影所在的平面叫做________.

由________的投射线所形成的投影叫做平行投影. 由____________的投射线所形成的投影叫做中心投影.

2. 在平行投影中，如果投射线______于投影面，那么这种投影就称为正投影.

3. 物体在正投影面上的正投影叫做________，在________上的正投影叫做俯视图，在侧投影面上的________叫做左视图.

主视图、左视图、俯视图合称________. 产生主视图的投影线方向叫做________.

4. ________、________、________是画三视图必须遵循的法则.

5. 将几何体沿着某些棱“剪”开，并使各个面连在一起，铺平所得到的______称为几何体的表面展开图.

6. 圆柱可以看做由一个________绕它的一条边旋转一周时，其余各边所成的面围成的一个几何体. 和转轴平行的一条边旋转所成的面就是圆柱的__________，这条边不论转动到哪一个位置，都是圆柱的__________. 圆柱的侧面展开图是一个________，它的一组邻边长分别等于______和________.

7. 圆锥可以看做将一个直角三角形绕它的一条________旋转一周，它的其余各边所成的面围成的一个几何体. ______旋转所成的面就是圆锥的侧面. 无论转到什么位置，这条斜边都叫做圆锥的______. 圆锥的侧面展开图是一个半径为______，弧长为______________的扇形，扇形的圆心角 $\theta=$______. 圆锥的侧面积和全面积的计算公式是 $S_{侧}=$__________________，$S_{全}=$__________________.

填表.

技能内容	学会程度		
	学　会	基本学会	不　会
在简单情况下辨认并画出物体的平行投影、正投影和中心投影			
画直棱柱、圆柱、圆锥、球等简单物体的三视图			
根据三视图描述几何体的形状			
会辨认，并会画直棱柱、圆柱和圆锥的表面展开图，会计算直棱柱、圆柱和圆锥的侧面积和全面积			

目标与评定

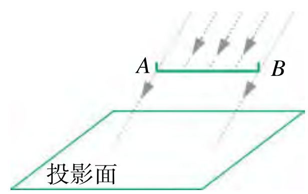
MUBIAOYUPINGDING

目标A 3.1节

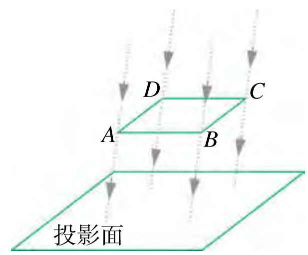
● 知道物体的投影是怎样形成的，能根据光线的方向辨认实物的投影.

● 了解平行投影、中心投影的概念及其主要特征，会在简单情况下画出投影示意图.

1. 如图，已知线段 AB 与投影面平行，则线段在投影面上的平行投影是什么图形？画出这个图形.



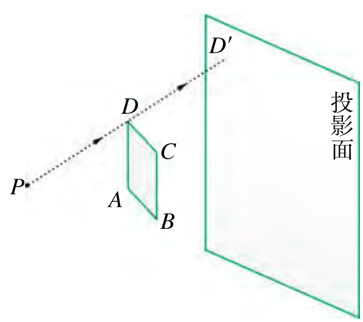
（第 1 题）



（第 2 题）

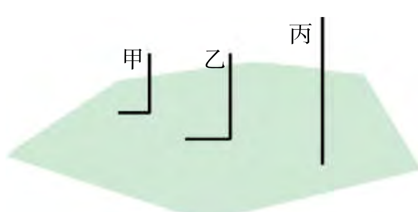
2. 如图，已知正方形 $ABCD$ 和投影面平行，则这个正方形在投影面的平行投影是什么图形？画出这个图形.

3. 如图，点 P 为光源，D'是点D 在投影面上的投影. 画出矩形 $ABCD$ 在投影面上的中心投影.



（第 3 题）

4. 如图，直立在地面上的甲、乙两根木棒的影子是平行投影还是中心投影？画出同一时刻木棒丙的影子.



（第 4 题）

目标B 3.2 节 3.3 节

● 了解正投影、三视图的概念.

● 会画直棱柱、圆柱、圆锥、球等简单几何体的三视图.

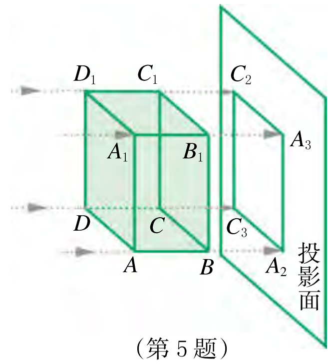
● 会根据视图描述简单的几何体.

5. 如图，回答下列图形在投影面上的正投影是什么图形.

(1) 矩形 AA_1D_1D.

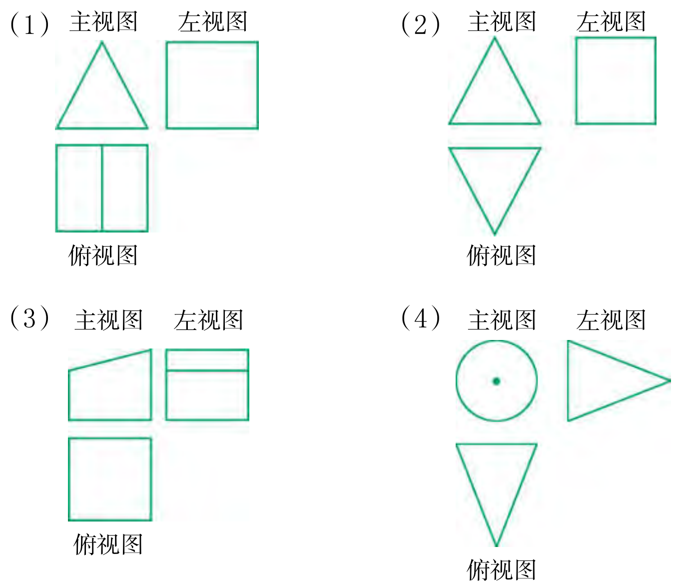
(2) 矩形 CC_1D_1D.

(3) 棱 CC_1，A_1B_1.



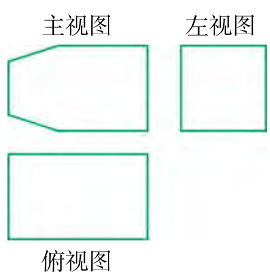
（第 5 题）

6. 下列三视图所表示的几何体存在吗？如果存在，说出相应几何体的名称.



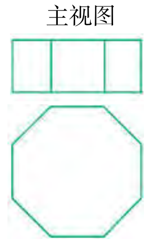
（第 6 题）

7. 如图所示的三视图错在哪里？改正其中的左视图和俯视图，并说出改正后的三视图所表示的几何体的名称.



（第 7 题）

8. 一个铁皮盒如图甲，它的主视图和俯视图如图乙所示. 补画它的左视图.

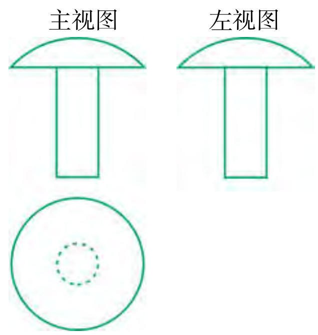


甲　　乙

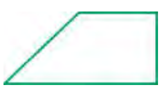
（第 8 题）

9. 圆柱的高为 320 mm，底面直径为 160 mm. 按 1:10 的比例画出它的三视图.

10. 如图为一个零件的三视图. 描述这个零件的形状.



（第 10 题）



（第 11 题）

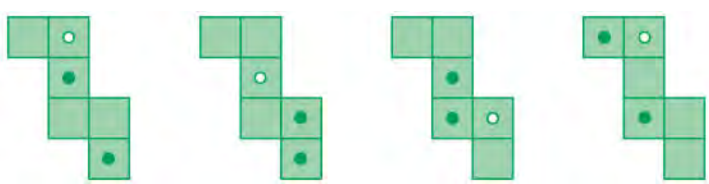
11. 一个直四棱柱的底面为梯形（如图），直四棱柱的高为 1.5 cm. 按 1∶1 的比例画出它的三视图.

目标C 3.4 节

● 了解直棱柱、圆柱和圆锥的表面展开图，会计算直棱柱、圆柱和圆锥的侧面积和全面积，能根据展开图想象和制作实物模型.

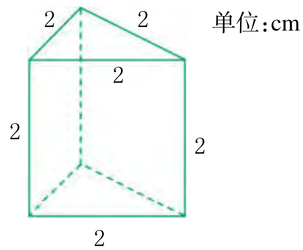
12. 将三个面上做有标记的立方体盒子展开，下列各示意图中有可能是它的展开图的是（　　）

（第 12 题）

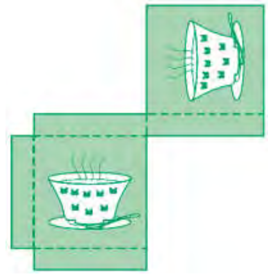


（A）　（B）　（C）　（D）

13. 一个直棱柱的立体图如图所示. 画出它的表面展开图(比例自选).



(第 13 题)


(第 14 题)

14. 如图为一个包装盒的表面展开图. 描述这个包装盒的形状, 并用硬纸做出它的模型.

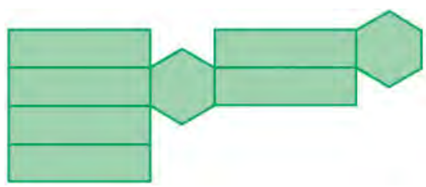
15. 已知圆锥的高为 6 cm, 底面直径为 16 cm. 以适当的比例画出这个圆锥的表面展开图,并求出圆锥的侧面积和全面积.

16. 扇形的半径为 30 cm,圆心角为 240°. 若将它卷成一个无底的圆锥形筒,则这个圆锥形筒的高是多少? 以适当的比例画出这个圆锥的三视图.

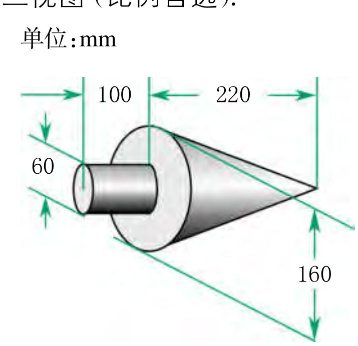
目标D

● 了解直棱柱、圆柱和圆锥的三视图和表面展开图在现实生活中的应用.

17. 一个包装盒的展开图如图所示. 说出它的形状,并以相同的比例画出它的三视图.

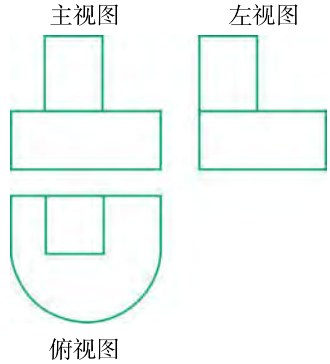

(第 17 题)

18. 画出如图零件的三视图 (比例自选).



(第 18 题)

19. 如图为一个零件的三视图. 描述这个零件的形状.



（第 19 题）

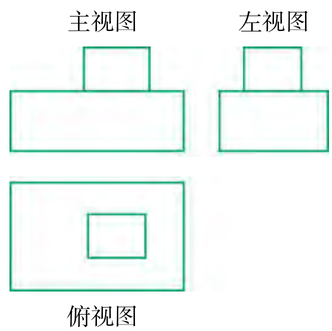
20. 蒙古包的形状可以近似地看成由圆锥和圆柱组成. 要搭建 15 个底面积为 33 m^2,高为 4 m(其中圆锥的高度为 2 m)的蒙古包,那么至少需要多少平方米帆布(蒙古包的底面不用帆布,结果精确到 0.1 m^2)?

21. 如图为一个模型的三视图,与实际尺寸的比例为1∶50.

（1）描述这个模型的形状.

（2）从三视图中量出尺寸,并换算成实际尺寸.

（3）若制作这个模型的木料密度为 360 kg/m^3, 则这个模型的质量是多少千克? 现要将这个模型的表面刷上油漆,每千克油漆可以刷 4 m^2,需要油漆多少千克?



（第 21 题）

义务教育教科书

数　学　九年级下册

YIWU JIAOYU JIAOKESHU

SHUXUE JIU NIANJI XIACE

责任编辑	华　琼	**责任校对**	谢异泓
装帧设计	在线广告传媒有限公司	**责任印务**	陆　江

出　　版	浙江教育出版社 (杭州市天目山路40号　电话:0571-85170300-80928)
发　　行	浙江省新华书店集团有限公司
图文制作	杭州万方图书有限公司
印　　刷	杭州富春印务有限公司
开　　本	787mm×1092mm　1/16
印　　张	6.25
字　　数	125 000
版　　次	2014年6月第1版
印　　次	2021年11月第9次印刷
本次印数	00 001—530 000
标准书号	ISBN 978-7-5536-1853-1
定　　价	6.51元

如发现印、装质量问题,影响阅读,请与承印厂联系调换。

电话: 0571-64362059

定价批准文号:浙发改价格[2019]319号、[2020]331号 举报电话:12345、12315

绿色印刷产品

ISBN 978-7-5536-1853-1

定价：6.10元

定价批准文号：浙发改价格[2019]319 号 举报电话：12358