绿色印刷产品

ISBN 978-7-5434-9543-2

定价：10.75元

全国价格举报电话：12358

义务教育教科书 数学 七年级 上册 河北教育出版社

教育部审定 2012

义务教育教科书

数学

七年级 上册

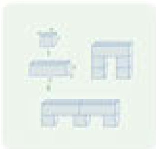
7

河北教育出版社

义 务 教 育 教 科 书

数学

七年级 上册



河北教育出版社

相聚在数学世界中

亲爱的同学们：

你们好！欢迎你们迈进初中的大门，开始新阶段的学习生活。

作为你们的老朋友，我们在为大家祝福的同时，诚挚地为你们送上一份礼物——义务教育教科书《数学》（七年级～九年级），让它陪伴你们欢度初中岁月，陪伴你们健康成长。

当你们拿到这本七年级上册教科书时，一定想了解它的特点、它的内容、它的一切。

在设计上，这本书有以下栏目。

观察与思考：通过观察、感悟和思考，期待你们获得正确的数学认知。

一起探究：和大家一起探究并认识数学知识、思想和方法，这会使你们有更大的收获。

试着做做、做一做：动手试做，再做一做，这是学习数学所不可缺少的。

大家谈谈：和同学们分享自己的学习成果，大家共同进步。

回顾与反思：把握整体内容，梳理知识脉络，总结思想方法，明确注意事项，这是不可或缺的学习环节。

在内容上，这本书共有五个篇章等待同学们去探究、去认识：

有理数——将帮助大家认识数的新成员，了解数的扩充及其性质。

几何图形的初步认识——结合直观，侧重理性，对几何图形及其性质再行学习是十分必要的。因为这不是简单的重复，而是进行推理和论证的基础。

代数式——从“数”到“式”的演化，不仅是客观世界的现实需要，也是数学发展的必然，对代数式的学习标志着你们从此真正进入代数领域。

整式的加减——你们已经学习过整数，类似地，还要学习整式，这是研究“式”的开始。

一元一次方程——它既是刻画实际问题的一种重要数学模型，也是解决问题的一种思想方法和基本工具。

同学们，在新学期里，让我们携手前行，一起走进数学新天地，收获丰硕的数学成果！

你们的编者朋友

2012 年 3 月

目 录

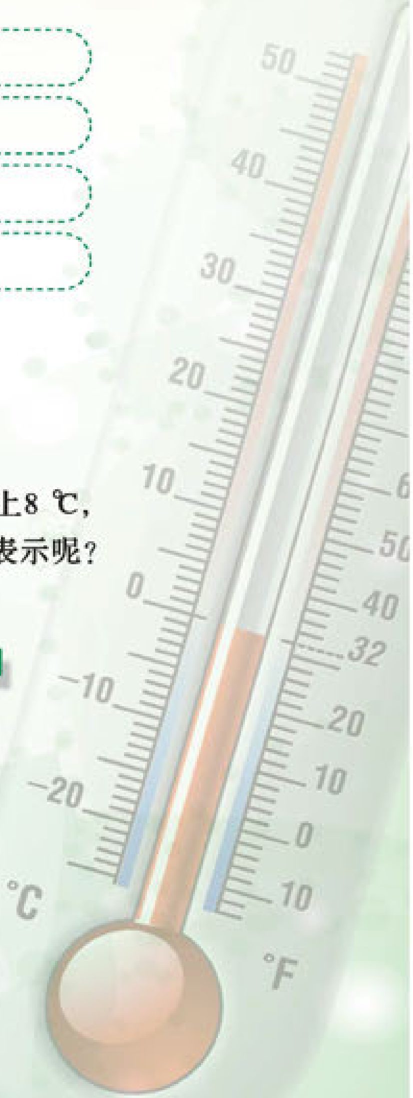
第一章

有 理 数

在本章中，我们将学习

- 有理数
- 有理数的运算
- 用有理数解决简单的实际问题
- 计算器的使用

观察下面的图示，北京某一天的最高气温是零上8 ℃，用+8 ℃表示，最低气温零下2 ℃，应该怎样表示呢？

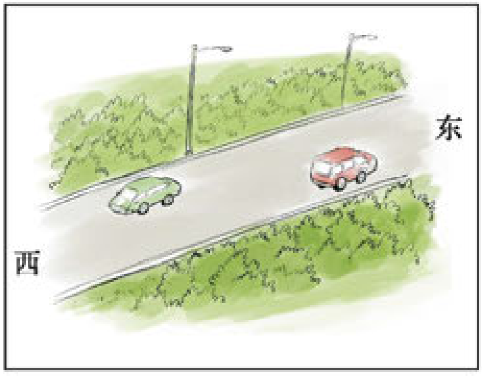


1.1 正数和负数

为了表示物体的个数，产生了自然数 0，1，2，3，…；在分配物品或测量时，有时结果不是自然数，要用分数(小数)来表示．这些数都是我们以前学习过的．根据需要，还要引入新数．

观察与思考

观察图 1－1－1 中的两幅图片及其说明，思考以下问题：



甲汽车向东行驶3 km.
乙汽车向西行驶1 km.

超市购进某种饮料100箱.
超市售出这种饮料90箱.

图 1－1－1

(1) 向东和向西、购进和售出所表达的意义具有怎样的关系呢？

(2) 如果仅说 3 km，1 km，100 箱，90 箱，能完整表达它们的意义吗？为什么？

向东和向西、购进和售出等，都具有相反的意义．所以，上面出现的每一对量中的两个量，都是具有相反意义的量．

> 请你再举出一些具有相反意义的量的实例．

怎样用符号来表示具有相反意义的量呢？

大家谈谈

如图 1-1-2，天气预报是怎样表示气温的？

在天气预报中，零上 2 ℃，零上8 ℃分别是用+2 ℃，+8 ℃来表示的，零下 2 ℃，零下 10 ℃和零下 12 ℃分别是用 −2 ℃，−10 ℃和−12 ℃来表示的.

一般地，对于具有相反意义的量，我们可以把其中一种意义的量规定为正的，并在表示这个量的前面放上“+”（读作“正”）来表示；把与它意义相反的量规定为负的，并在表示这个量的前面放上“−”（读作“负”）来表示.

图 1-1-2

做一做

1. 请你仿照天气预报中对气温的表示方法，完成下表：

意义	向北走 1.8 km	向南走 3 km	运进粮食 1 200 kg	运出粮食 800 kg	水位上升 30 cm	水位下降 50 cm
表示	+1.8 km		+1 200 kg		+30 cm	

2. 用带“+”或“−”的数表示下列具有相反意义的量：

(1) 如果将开进汽车站汽车 28 辆记作+28 辆，那么从该汽车站开出汽车 24 辆，可记作________辆.

(2) 如果把公司第一季度亏损 2 万元记作−2 万元，那么第二季度盈利 2.5 万元，可记作________万元.

(3) 如果规定高于海平面为正，那么：珠穆朗玛峰高于海平面 8 848.86 m，可记作________ m；吐鲁番盆地最低点低于海平面 154.31 m，可记作________ m.

(4) 如果规定收入为正，那么：小亮家今年收入 34 200 元，可记作________元；支出 27 450 元，可记作________元.

练 习

1. 下面哪对量是具有相反意义的?

(1) 在知识竞赛中，加 20 分和扣10 分.

(2) 一座水库蓄水量增加 10 000 m^3 和减少 12 000 m^3.

(3) 一辆公共汽车在一个停车站下去 10 名乘客和上来 8 名乘客.

(4) 长方形的周长是 24 cm 和面积是27 cm^2.

2. 填空：

(1) 如果飞机上升 200 m 记作＋200 m，那么飞机下降 300 m，可记作________ m.

(2) 如果规定铅球的质量高于标准质量为正，低于标准质量为负，那么：甲铅球高于标准质量 3 g，可记作________ g；乙铅球低于标准质量2 g，可记作________ g.

(3) 如果规定木材公司购进木材为正，售出木材为负，那么：该公司购进木材2 000 m^3，可记作________ m^3；售出木材 1 500 m^3，可记作________ m^3.

习 题

1. 写出与下列各量具有相反意义的量：

(1) 气温是零上 8 ℃.

(2) 向南走 100 m.

(3) 转盘顺时针转 3 圈.

(4) 甲地高于海平面 500 m.

2. (1) 如果升降机下降 10 m 记作－10 m，那么上升 15 m 记作什么?

(2) 对于“存入”与“取出”来说，如果＋400 元表示在银行存入 400 元，那么－300 元表示什么?

(3) 某盐业公司加工的袋装食盐，如果超过标准质量 1 g 记作 +1 g，那么低于标准质量 2 g 记作什么？

3. 请你举出一些具有相反意义的量的实例，并与同学交流.

前面，我们用带“+”和“−”的数统一地表示出具有相反意义的量，从而得到了 −3，−800，−50，−24，−2，−154.31，−27 450 等这样形式的数，它们都是在已学过的数（0 除外）的前面添上“−”得到的，这样的数叫做**负数**（negative number）；+1.8，+1 200，+30，+28，+2.5，+8 844.43，+34 200 等这样的数，都是在已学过的数（0 除外）的前面添上“+”得到的，这样的数叫做**正数**（positive number）.

0 既不是正数，也不是负数.

> 0 是正数和负数的分界.

正数中的“+”可以省略不写，如 +1.8 可以写成 1.8，+1 200 可以写成 1 200，等等.

引入负数以后，我们学过的数可以分为：

正整数（如 1，2，3，…）；

正分数（如 $\frac{1}{2}$，$1\frac{1}{3}$，$3\frac{1}{2}$，…）；

0；

负整数（如 −1，−2，−3，…）；

负分数（如 $-\frac{1}{4}$，$-\frac{22}{7}$，$-8\frac{3}{4}$，…）.

正整数、0 和负整数统称为**整数**（integer），正分数和负分数统称为**分数**（fraction），整数和分数统称为**有理数**（rational number）.

大家谈谈

根据有理数的意义，我们知道有理数可作如下分类：

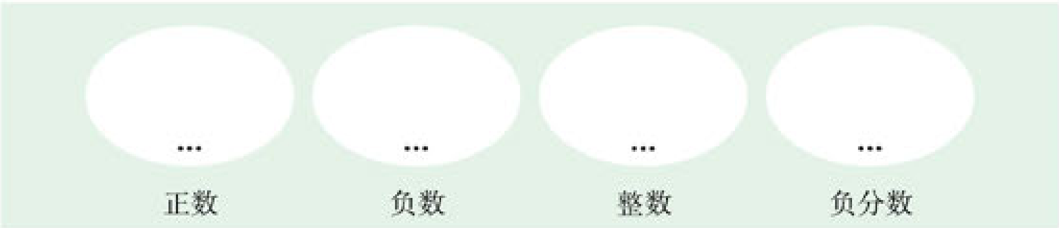
$$有理数\begin{cases}整数\\分数\end{cases}$$

你能进一步将整数和分数分类吗？有理数还有其他分类方法吗？把你的想法与同学交流.

做一做

把下列各数分别填入相应的圈内：

$$3,\ -\frac{1}{5},\ 0,\ 12,\ -6.5,\ \frac{7}{8},\ -24.$$



练　习

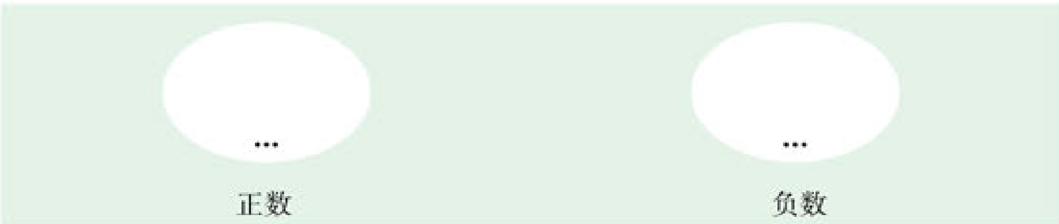
1. 判断下列各数哪些是正数，哪些是负数：

$$+12,\ -3,\ 19,\ +0.4,\ 0,\ 3.14,\ +\frac{1}{3},\ -\frac{2}{5},\ -0.01.$$

2. 有没有这样的有理数，它既不是正数，也不是负数？如果有，请你写出来.

3. 把下列各数分别填在相应的圈内：

$$-7,\ 4.8,\ +15,\ -3.5,\ \frac{1}{2},\ \frac{5}{12}.$$



习　题

A　组

1. 用正数、负数表示下列各题中的量：

(1) 太阳系中的冥王星离太阳非常远，接受的太阳能也非常少，估计它

向阳一面的温度在零下 220 ℃左右，背阴一面的温度在零下 250 ℃以下.

(2) 位于南美洲安第斯山区的的的喀喀湖是世界上最高的淡水湖之一，湖面高于海平面 3 812 m；位于阿拉伯半岛的死海是世界上最低的湖泊，湖面低于海平面 422 m.

2. 请你任意写出 3 个正数与 3 个负数，并把它们分类：

正数：{ …}.

负数：{ …}.

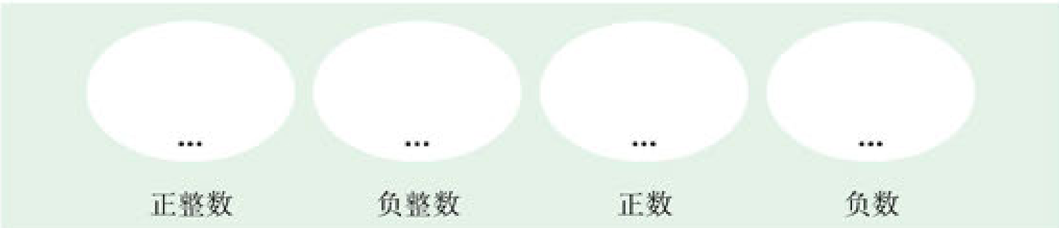
B 组

1. 下列各数中，哪些数是整数，但不是正数？哪些数是分数，但不是负数？

$$2,\ \frac{1}{3},\ 0,\ -7,\ 0.24,\ -0.3,\ -\frac{2}{9}.$$

2. 把下列各数分别填入相应的圈内：

$$-\frac{2}{3},\ -\frac{3}{4},\ 0.618,\ +15,\ \frac{1}{3},\ -0.3,\ \frac{2}{9},\ -12.$$



1.2 数　轴

我们已经知道，可以用直线上依次排列的点来表示自然数，并由此直观地反映出自然数的大小关系. 那么，有理数可以用直线上的点来表示吗？

某市公交公司在一条东西方向的马路旁设置的站点如图 1－2－1 所示，相邻两站点之间的距离均为 2 km.

图 1－2－1

一起探究

1. 如果你在实验学校站点处，怎样说明其他站点的位置呢？

2. 以实验学校为参照点，并用 0 表示该点，规定实验学校以东的位置用正数表示，实验学校以西的位置用负数表示，以 1 km 为单位长度. 请你在图 1－2－2 中用有理数标出所有站点的位置.

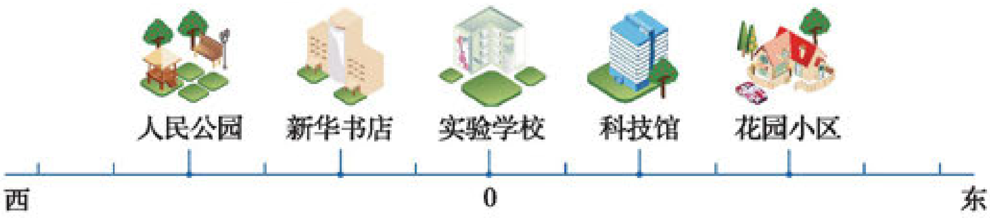


图 1－2－2

3. 在实验学校东 3 km 处是华龙超市，实验学校西 1 km 处是东方商场，请你在图 1－2－2 中标出它们的位置及其对应的有理数.

画一条水平的直线，在这条直线上任取一点作为原点，用这个点表示 0，规定这条直线上的一个方向（一般取从左到右的方向）为正方向，用箭头表示，相反的方向为负方向，选取某一长度作为单位长度，就得到了

图 1 - 2 - 3所示的图形.

图 1 - 2 - 3

像这样规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做**数轴**(number axis).

例 (1) 图 1 - 2 - 4 中数轴上的点 A，B，C，D 分别表示什么数？

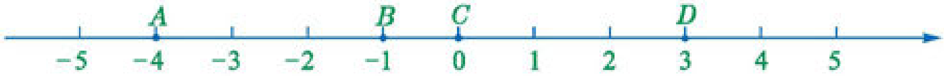


图 1 - 2 - 4

(2) 画一条数轴，并在数轴上标出表示下列各数的点：

1，−2，−3.5，2.5，0.

解：(1) 点 A 表示−4，点 B 表示−1，点 C 表示 0，点 D 表示 3.

(2) 如图 1 - 2 - 5.

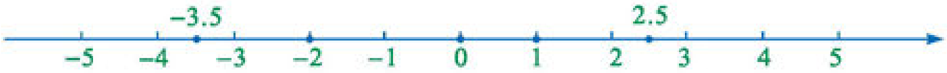


图 1 - 2 - 5

事实上，每个有理数都可以用数轴上的一个点来表示，也可以说，每个有理数都对应数轴上的一个点. 表示正有理数的点都在原点右侧，表示负有理数的点都在原点左侧，表示 0 的点就是原点.

观察与思考

如图 1 - 2 - 6，在数轴上分别标出了表示 4 和−4，2.5 和−2.5的两对点. 观察并回答：

(1) 每对点在原点的同侧还是异侧？

(2) 每对点与原点的距离具有什么关系？

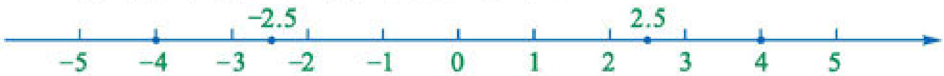
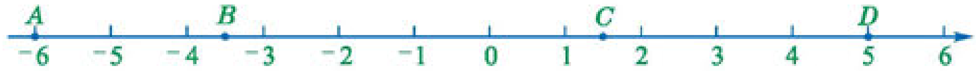


图 1 - 2 - 6

容易看出：表示 4 和−4 的点位于原点两侧，并且到原点的距离相等，都是 4 个单位长度. 表示 2.5 和−2.5 的点，也具有上述特点.

练　习

1. 下面数轴上的点 A，B，C，D 分别表示什么数？



（第 1 题）

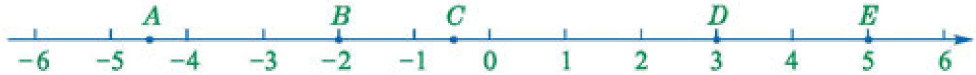
2. 画一条数轴，并在数轴上标出表示下列各数的点：

$$\frac{1}{3}，2，-4.5，0，\frac{5}{2}，-0.5，-\frac{1}{4}.$$

习　题

A　组

1. 下面数轴上的点 A，B，C，D，E 分别表示什么数？



（第 1 题）

2. 画一条数轴，并在数轴上标出表示下列各数的点：

$$-5，-\frac{3}{2}，1，0，3，-0.4.$$

3. 在数轴上分别标出表示下列三对数的点，并指出每对点与原点的关系：

$$1 与 -1，\frac{1}{2} 与 -\frac{1}{2}，6 与 -6.$$

B　组

1. 数轴上一个表示负数的点到原点的距离等于 8，这个点表示什么数？
2. 数轴上一个点到原点的距离等于 6.2，这个点表示什么数？
3. 数轴上的点 A 和点 B 之间的距离是 3 个单位长度，并且这两个点到原点的距离相等. 请你写出这两个数，并在数轴上标出这两个点.

1.3 绝对值与相反数

对于数轴上的点，如果仅仅考虑它们与原点之间的距离，就是我们将要学习的绝对值；分布在数轴上原点两侧且到原点距离相等的点对应的一对数，就是我们将要学习的相反数.

做一做

画一条数轴，在数轴上标出表示 4，-2，0 的点，并写出这些点到原点的距离.

在数轴上，表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的**绝对值**(absolute value).

例如，表示 4 的点到原点的距离是 4，我们就说 4 的绝对值是 4，记作 $|4|=4$；表示 -2 的点到原点的距离是 2，我们就说 -2 的绝对值是 2，记作 $|-2|=2$；表示 0 的点到原点的距离是 0，我们就说 0 的绝对值是 0，记作 $|0|=0$.

例 1 （1）用数轴上的点表示下列各组数：

①3，-3；　　②5，-5；　　③$\frac{3}{5}$，$-\frac{3}{5}$.

（2）观察表示上述各组数的点在数轴上的位置，写出这些数的绝对值.

解：（1）如图 1-3-1.

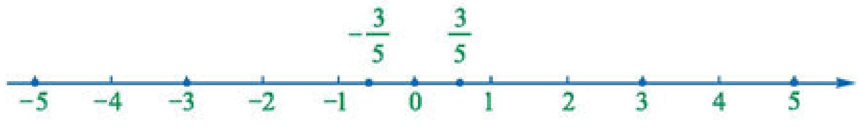


图 1-3-1

（2）观察各点在数轴上的位置，得到

① $|3|=3$，$|-3|=3$；　② $|5|=5$，$|-5|=5$；

③ $\left|\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}$，$\left|-\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}$.

观察与思考

观察例 1 中的三组数在数轴上的位置和绝对值的大小，说说这三组数的共同特点是什么，并与同学进行交流.

像 3 和 -3，5 和 -5，$\frac{3}{5}$和$-\frac{3}{5}$等这样符号不同、绝对值相等的两个数，我们称其中一个数是另一个数的**相反数**(opposite number)，这两个数互为相反数. 0 的相反数规定为 0.

大家谈谈

1. 在知识竞赛抢答中，加 20 分用 20 表示，那么 20 的相反数表示的实际意义是什么？

2. 举出三对互为相反数所代表实际意义的例子.

表示一个数的相反数时，可以在这个数的前面添加一个"－". 因此，有理数 a 的相反数可以表示为$-a$.

例如，-4 的相反数可以表示为$-(-4)$.

因为-4 的相反数是 4，所以$-(-4)=4$.

例 2 化简下列各数：

$$-(-11)，-(+2)，-(-3.75)，-\left(+\frac{8}{13}\right).$$

解：因为-11 的相反数是 11，所以$-(-11)=11$.

因为$+2$ 的相反数是-2，所以$-(+2)=-2$.

同理，$-(-3.75)=3.75$，$-\left(+\frac{8}{13}\right)=-\frac{8}{13}$.

大家谈谈

1. 一个正数的绝对值与这个数有什么关系？一个负数的绝对值与这个

数有什么关系？0 的绝对值呢？

2. 请你用“从学校出发向东走和向西走”为背景，说明 3，-5，-6.5（单位：km）的绝对值所对应的实际意义.

由绝对值的意义，我们可以知道：

一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

如果用字母 a 表示一个有理数，那么：

当 a 是正数时，$|a|=a$；

当 $a=0$ 时，$|a|=0$；

当 a 是负数时，$|a|=-a$.

由此，我们可以看出，一个数的绝对值是一个非负数(不小于 0 的数).

例 3 求下列各数的绝对值：

$$-\frac{3}{8},\ +\frac{3}{8},\ -2.5,\ 2.5.$$

解：$\left|-\frac{3}{8}\right|=\frac{3}{8}$，

$\left|+\frac{3}{8}\right|=\frac{3}{8}$，

$|-2.5|=2.5$，

$|2.5|=2.5$.

互为相反数的两个数的绝对值相等.

练　习

1. 求下列各数的绝对值：

$$-\frac{5}{3},\ 7.5,\ -2.8,\ -\frac{3}{4},\ +2.$$

2. 填空：

（1）5.7 的相反数是________.　（2）-4 的相反数是________.

（3）________的相反数是$\frac{1}{2}$.　（4）________的相反数是 0.01.

3. 下列各判断是否正确？为什么？

（1）有理数的绝对值一定是正数.

（2）如果两个数的绝对值相等，那么这两个数也相等.

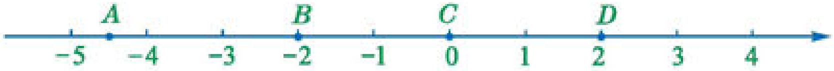
（3）绝对值等于它本身的数一定不是负数.

（4）绝对值等于 1 的数有两个.

习 题

A 组

1. 写出数轴上的点 A，B，C，D 所表示的数的绝对值.



（第 1 题）

2. 求下列各数的绝对值：

$$-4,\ -3.2,\ \frac{5}{2},\ \frac{7}{8},\ -3.14.$$

3. 分别写出下列各数的相反数：

$$-5,\ 13,\ 0,\ 3\frac{1}{2},\ -(+1.35).$$

4. 一个数的绝对值等于 4，并且在数轴上表示它的点在原点的左侧. 求这个数.

B 组

1. 请判断下列各结论是否正确：

（1）有理数的绝对值一定是非负数.

（2）正数的绝对值一定大于负数的绝对值.

（3）负数的绝对值都是正数.

2. 化简下列各数：

$$-(+5),\ -(-17),\ +(+1.2),\ +\left(-\frac{1}{5}\right).$$

3. 写出下列各数：

（1）一个正数，它的绝对值等于 7.2.

（2）一个负数，它的绝对值等于 24.

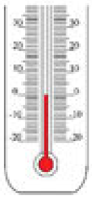
（3）绝对值等于$\frac{3}{2}$的数.

1.4 有理数的大小

我们已经会比较两个正数的大小及正数与 0 的大小，那么，在有理数范围内，怎样比较两个数的大小呢？

一起探究

1. 某地某一天中 4 个不同时刻的气温分别是 -3 ℃，-5 ℃，4 ℃，0 ℃.



同一温度计上，不同时刻显示的温度，液面高的总比液面低的表示的温度高.

(1) 请你按照由低到高的顺序把不同时刻的气温排列出来.

(2) 4 个不同时刻的气温在温度计上对应的位置有什么规律？

2. 把有理数 -3，-5，4，0 表示在数轴(图 1-4-1)上. 这些数的大小与它们在数轴上所表示的点的位置有什么关系？

图 1-4-1

一般地，我们有：

在数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大.

正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数.

例 1 在数轴上表示 3.5，-1，0，并将它们按从小到大的顺序用“<”连接起来.

解：把 3.5，-1，0 在数轴上表示出来，如图 1-4-2.

图 1-4-2

将它们按从小到大的顺序排列为

$$-1<0<3.5.$$

做一做

1. 在数轴上表示-2，-3，并用“$<$”把这两个数连接起来.
2. 求-2，-3的绝对值，并用“$>$”把这两个数的绝对值连接起来.

两个负数的大小与它们的绝对值有以下关系：

两个负数，绝对值大的反而小.

大家谈谈

请以“规定高于海平面为正，低于海平面为负”为背景，谈谈你对下列结论的理解：

（1）正数大于0，0大于负数，正数大于负数.

（2）两个负数，绝对值大的反而小.

例2 比较下列各组中两个数的大小：

（1）0和-6；（2）3和-4.4；（3）$-\frac{3}{4}$和$-\frac{4}{5}$.

解：（1）$0>-6$（0大于负数）.

（2）$3>-4.4$（正数大于负数）.

（3）因为$\left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$，$\left|-\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5}=\frac{16}{20}$，$\frac{15}{20}<\frac{16}{20}$，

所以$-\frac{3}{4}>-\frac{4}{5}$.

练　习

1. 在数轴上表示下列各数，并用“$>$”把这些数连接起来：

$$-8，0，-\frac{1}{4}，\frac{2}{3}，\frac{3}{2}，-5，0.5.$$

2. 用“$>$”“$<$”或“$=$”填空：

（1）3 ________ -9；（2）-5 ________ -10；

（3）$-\frac{22}{7}$ ________ -3.14；（4）$|-0.25|$ ________ $\frac{1}{4}$；

(5) -4 ________ 0；　　(6) 3.2 ________ -4.8.

3. 比较下列各组中两个数的大小：

(1) 0 和 -1；　　(2) 3 和 -4；

(3) $-\frac{6}{5}$ 和 $-\frac{11}{10}$；　　(4) $-\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{3}{4}$.

习题

A 组

1. 在数轴上表示下列各数，并用“<”把这些数连接起来：

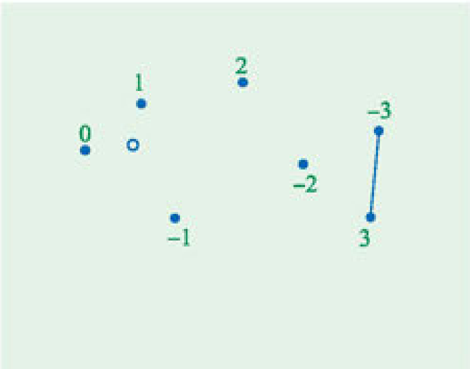
$$-4,\ -\frac{3}{4},\ -1,\ 0,\ 3.2,\ -0.45.$$

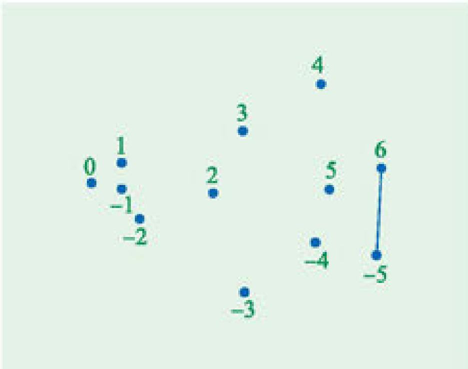
2. 比较下列各组中两个数的大小：

(1) 3 和 -2；　　(2) 0 和 -9；

(3) -4 和 -7；　　(4) $-\frac{4}{5}$ 和 $-\frac{7}{9}$.

3. 把下列两组数分别按照从小到大的顺序依次用线段把表示它们的点连接起来，看看是什么图形.





(第 3 题)

4. 回答下列问题：

(1) 有没有最小的负整数？

(2) 有没有最大的负整数？

(3) 有没有最小的正整数？

(4) 有没有最大的正整数？

B 组

1. 比较下列各组中两个数的大小：

(1) $-\left(+\frac{2}{3}\right)$和$+\left(-\frac{5}{7}\right)$；

(2) $-\left|-\frac{7}{8}\right|$和$-\left(+\frac{8}{9}\right)$.

2. 下表是我国几个城市某年 1 月份的月平均气温，请把气温按照由低到高的顺序排列，并用“<”把表示气温的这些数连接起来.

北京	哈尔滨	广州	连云港	黑河
−8 ℃	−19 ℃	13 ℃	0 ℃	−29 ℃

3. 请你写出符合要求的数：

(1) 绝对值小于 3 的整数.

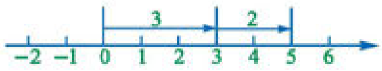
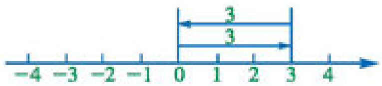
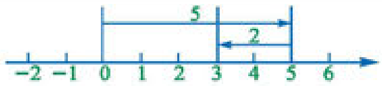
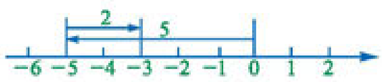
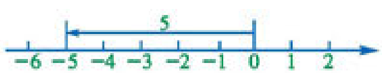
(2) 绝对值小于或等于 2 的负整数.

1.5 有理数的加法

引入负数后，数的范围扩大了．如何在有理数范围内进行加法运算呢？

观察与思考

在操场上，小亮操纵遥控车模沿东西方向做定向行驶练习，每回接连行驶两次．规定初始位置为 0，向东行驶为正，向西行驶为负．车模每回的行驶情况、数轴表示及运动结果如下表所示．

行驶情况	数轴表示	运动结果
先向东行驶 3 m，再向东行驶 2 m		向东行驶了 5 m
先向西行驶 3 m，再向西行驶 2 m		向____行驶了____ m
先向东行驶 3 m，再向西行驶 3 m		初始位置
先向东行驶 5 m，再向西行驶 2 m		向东行驶了 3 m
先向西行驶 5 m，再向东行驶 2 m		向____行驶了____ m
先向西行驶 5 m，然后停止不动		向西行驶了 5 m

观察上表，完成下列问题：

（1）完成表格中的填空．

（2）请将车模每次行驶和运动结果的情况用有理数表示出来．

（3）接连两次行驶的运动结果能用算式表示吗？如果能，应怎样表示？

事实上，求接连两次行驶的运动结果，用加法．按照上面对“正”“负”的规定，“向东行驶 3 m，再向东行驶 2 m，运动结果是向东行驶了 5 m”，用算式表示就是

$(+3)$	$+$	$(+2)$	$=$	$+5$.
⋮		⋮		⋮
（向东行驶 3 m）		（向东行驶 2 m）		（向东行驶了 5 m）

“向西行驶 3 m，再向西行驶 2 m，运动结果是向西行驶了 5 m”，用算式表示就是

(-3)	$+$	(-2)	$=$	-5.
⋮		⋮		⋮
（向西行驶 3 m）		（向西行驶 2 m）		（向西行驶了 5 m）

类似地，另外四回运动的结果可用算式表示为：

$(+3)+(-3)=0$；　　$(+5)+(-2)=+3$；

$(-5)+(+2)=-3$；　　$(-5)+0=-5$.

大家谈谈

1. 两个正数相加，怎样确定和的符号与和的绝对值？
2. 两个负数相加，怎样确定和的符号与和的绝对值？
3. 一个正数与一个负数相加，怎样确定和的符号与和的绝对值？
4. 一个数同 0 相加，和等于什么？

有理数加法(addition of rational number)法则

同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加．

异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不相等时，取绝对值较大加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值．

一个数同 0 相加，仍得这个数．

例 1　计算：

(1) $(+8)+(+5)$；　　(2) $(+2.5)+(-2.5)$；

(3) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$；　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$.

解：(1) $(+8)+(+5)$

$=+(8+5)$

$=+13.$

同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加

(2) $(+2.5)+(-2.5)$

$=0.$

异号两数相加，绝对值相等，和为 0

(3) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

$=+\frac{1}{6}.$

异号两数相加，绝对值不相等，取绝对值较大加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)$

$=-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)$

$=-\frac{5}{4}.$

同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加

例 2 如图 1－5－1，海平面的高度为 0 m．一艘潜艇从海平面先下潜 40 m，再上升 15 m．求现在这艘潜艇相对于海平面的位置．（上升为正，下潜为负）

解：潜艇下潜 40 m，记作-40 m；上升 15 m，记作$+15$ m．根据题意，得

$(-40)+(+15)$

$=-(40-15)$

$=-25$(m).

答：现在这艘潜艇位于海平面下 25 m 处．

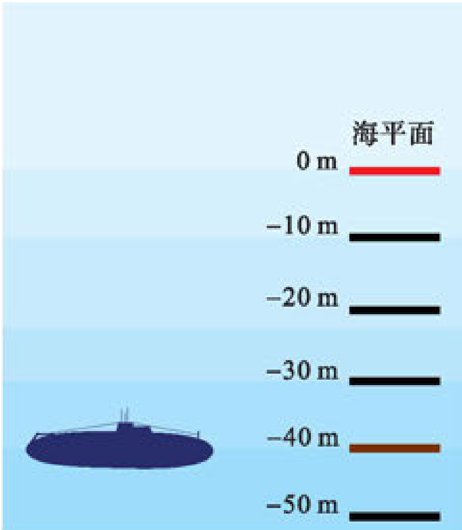


图 1－5－1

练　习

1. 计算：

(1) $(-3)+(-11)$；　　(2) $(+3.8)+(-3.8)$；

(3) $(-13)+(+11)$；　　(4) $\left(-\frac{4}{3}\right)+\frac{3}{4}$；

(5) $(-99)+0$；　　(6) $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

2. 两个有理数相加，和一定大于每个加数吗？为什么？

习　题

A　组

1. 计算：

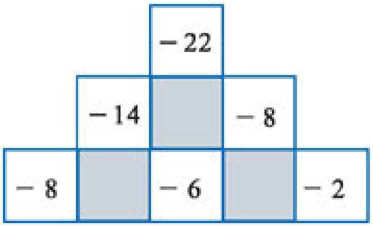
(1) $(-5)+(-2)$；　　(2) $4+(-8)$；

(3) $0+(-6)$；　　(4) $13+(-2)$；

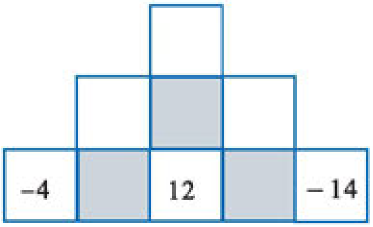
(5) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$；　　(6) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

2. 热气球从地面先上升了 1 000 m 后，又下降了 150 m. 用有理数加法计算热气球实际上升了多少米.

3. 从图(1)中找规律，并按此规律在图(2)的空格里填上合适的数.



(1)



(2)

（第 3 题）

B 组

1. 某水库昨天的水位下降了 15 cm，今天的水位又上升了 8 cm. 如果将水位上升记为正，水位下降记为负，请用有理数的加法运算表示出这两天水位的变化结果.

2. 一个点到原点的距离是 2 个单位长度，另一个点到原点的距离是 3 个单位长度，这两个点分别在原点的两侧. 这两个点表示的有理数的和是多少？

做一做

1. 计算：

(1) $5+(-13)=$________，$(-13)+5=$________；

(2) $(-4)+(-8)=$________，$(-8)+(-4)=$________.

2. 计算：

(1) $[3+(-8)]+(-4)=$________，

$3+[(-8)+(-4)]=$________；

(2) $[(-6)+(-12)]+15=$________，

$(-6)+[(-12)+15]=$________.

通过上面的计算，我们发现，有理数的加法仍满足交换律和结合律.

加法交换律(commutative law)

两个数相加，交换加数的位置，和不变.

$$\boldsymbol{a+b=b+a.}$$

加法结合律(associative law)

三个数相加，先把前两个数相加再和第三个数相加，或先把后两个数相加再和第一个数相加，和不变.

$$\boldsymbol{(a+b)+c=a+(b+c).}$$

在进行多个有理数的加法运算时，运用运算律常常可以简化运算过程.

例 3 计算：

(1) $(-2.4)+(-3.7)+(-4.6)+5.7$；

(2) $\left(-\frac{1}{3}\right)+13+\left(-\frac{2}{3}\right)+17$.

解：(1) $\quad(-2.4)+(-3.7)+(-4.6)+5.7$

$=[(-2.4)+(-4.6)]+[(-3.7)+5.7]$

$=(-7)+2$

$=-5$.

(2) $\quad\left(-\frac{1}{3}\right)+13+\left(-\frac{2}{3}\right)+17$

$=\left[\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+(13+17)$

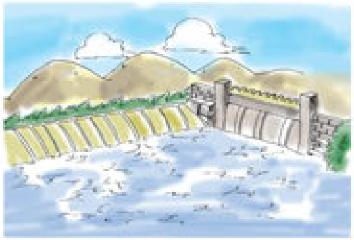
$=(-1)+30$

$=29$.

大家谈谈

1. 你还有计算上述两题的其他方法吗？
2. 比较例 3 的解法和你的解法，谈谈你的认识.

例 4 某水库在星期一的水位是 110.3 m，星期二下降了0.2 m，星期三上升了 0.7 m，星期四下降了 0.8 m.



(1) 如果规定水位上升为正，下降为负，请你将每天水位的变化情况用正数或负数表示出来.

(2) 星期四的水位是多少米？

解：(1) 每天水位的变化量分别是：星期二为-0.2 m，星期三为$+0.7$ m，星期四为-0.8 m.

(2) 根据题意，得

$110.3+(-0.2)+(+0.7)+(-0.8)$

$=[110.3+(+0.7)]+[(-0.2)+(-0.8)]$

$=111+(-1)$

$=110(\mathrm{m})$.

答：每天水位的变化量分别是：星期二为-0.2 m，星期三为$+0.7$ m，星期四为-0.8 m. 星期四的水位是110 m.

练 习

1. 用简便方法计算：

(1) $(-4)+17+(-36)+73$；

(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)+\frac{1}{5}+\frac{11}{6}+\left(-\frac{4}{5}\right)$.

2. 育英学校的气象小组记录了星期一几个时刻的气温：8时为-3 ℃，到12时上升了6 ℃，到17时又下降了2 ℃. 17时的气温是多少摄氏度？

3. 一次知识竞赛的记分办法是：基础分为100分，答对一题得10分，不答得0分，答错一题得-10分. 某队在这次知识竞赛中的得分情况是：-10分，0分，10分，10分，10分，-10分，10分. 这个队的最后得分是多少？

习 题

A 组

1. 计算：

(1) $(-5)+7+(-4)+5$；

(2) $4+(-3)+(-2)+(-1)+2$；

(3) $(-6)+(-44)+13+17$；

(4) $(-26)+(-22)+9+(-18)+15$；

(5) $(-0.7)+1.3+(-0.8)+(-2.1)+0.9$；

(6) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)$.

2. 某餐馆一周每天的盈亏情况(盈余记为正，亏损记为负)如下：

-82 元，-56 元，672 元，-125 元，85 元，596 元，455 元.

这一周总的盈亏数额是多少元？

3. 李玫的存折上原有 1 000 元钱，近一段时间的存取情况(存入为正，取出为负)如下：

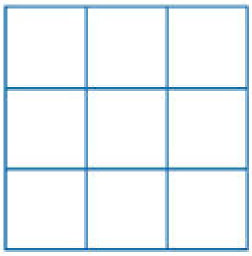
-240 元，$+350$ 元，$+220$ 元，-130 元，-470 元.

李玫的存折中现在有多少钱(不计利息)？

B 组

1. 某供货站的某种商品在一周内的进出货统计情况如下：星期一出货 83 箱；星期二出货 62 箱，进货 200 箱；星期三出货 28 箱；星期四出货 140 箱；星期五出货 94 箱，进货 100 箱. 用有理数表示进出货量，并通过计算说明，到该周末这种商品的库存量是增加了还是减少了.

2. 把 1，-2，3，-4，5，-6，7，-8，9 这九个数分别填入图中方框内，使每一行、每一列和每条对角线上三个数的和都是正数.



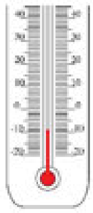
(第 2 题)

1.6 有理数的减法

我们已经知道有理数的加法运算，自然会想到有理数的减法运算. 下面我们就来研究减法运算.

右表是中央气象台发布的 2011 年 1 月 28 日天气预报中，部分城市的最高气温和最低气温的统计表.

城　市	最高气温/℃	最低气温/℃
昆　明	10	6
杭　州	2	−1
北　京	−2	−9



我们知道，温差=最高气温−最低气温.

一起探究

1. 根据上表中的数据，解决下面的问题：

(1) 分别填写表示各城市温差的算式以及从温度计上的刻度观察到的温差.

城　市	表示温差的算式	观察到的温差/℃
昆　明	$10-6$	4
杭　州		
北　京		

(2) 表示温差的算式与观察到的温差之间有什么关系？

2. 计算：

(1) $10+(-6)=$________；

(2) $2+(+1)=$________；

(3) $(-2)+(+9)=$________.

3. 比较下列各组算式，请你说说怎样把减法运算转化为加法运算.

(1) $10-6=4$，　　$10+(-6)=4$；

(2) $2-(-1)=3$，　　$2+(+1)=3$；

(3) $(-2)-(-9)=7$，　　$(-2)+(+9)=7$.

由此我们得到：

有理数减法(subtraction of rational number)法则

减去一个数，等于加上这个数的相反数.

例 1 计算：

(1) $6-(-8)$；　　　　(2) $(-2)-3$；

(3) $(-2.8)-(-1.7)$；　　　　(4) $0-4$；

(5) $5+(-3)-(-2)$；　　　　(6) $(-5)-(-2.4)+(-1)$.

“−”变“+”

解：(1) $6-(-8)=6+(+8)=14$.

变为相反数

> 减法转化为加法时，减数一定要改变符号！

“−”变“+”

(2) $(-2)-3=(-2)+(-3)=-5$.

变为相反数

(3) $(-2.8)-(-1.7)=(-2.8)+1.7=-1.1$.

(4) $0-4=0+(-4)=-4$.

(5) $5+(-3)-(-2)=5+(-3)+2=4$.

(6) $(-5)-(-2.4)+(-1)=(-5)+2.4+(-1)=-3.6$.

例 2 小明家蔬菜大棚内的气温是 24 ℃，此时棚外的气温是 −13 ℃. 棚内气温比棚外气温高多少摄氏度？

解：$24-(-13)=24+13=37$(℃).

答：棚内气温比棚外气温高 37 ℃.

练　习

1. 计算：

(1) $11-(-8)$；　　　　(2) $(-4)-(-5)$；

(3) $(-6)-2.3$；　　　　(4) $4-11$；

(5) $(-35)-0$；　　　　(6) $0-(-35)$.

2. 月球表面的温度在白昼可升到 127 ℃，在黑夜可降到 −183 ℃. 月球表面温度昼夜相差多少？

习 题

A 组

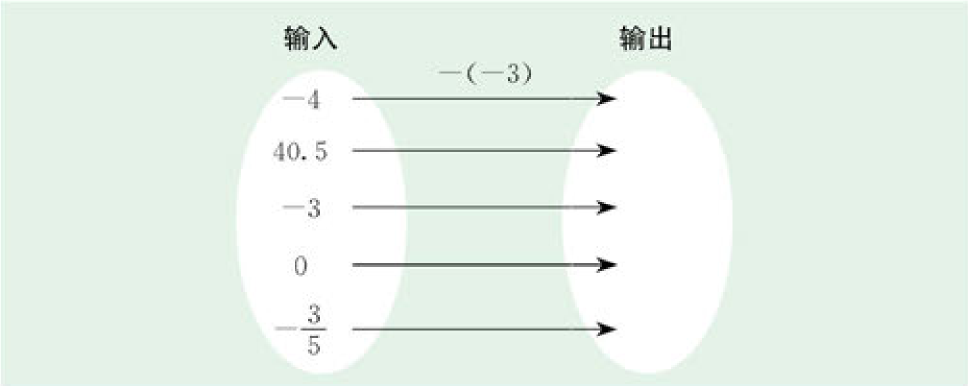
1. 计算：

(1) $(-37)-12$；　　(2) $11-(-17)$；

(3) $(-14)-(-16)$；　　(4) $(-2.7)-(-2.7)$；

(5) $\left(-\frac{1}{3}\right)-0$；　　(6) $3-12$.

2. 在下面的圈里填上输出的数：



（第 2 题）

3. 珠穆朗玛峰海拔 8 848.86 m，吐鲁番盆地最低点海拔 −154.31 m. 珠穆朗玛峰比吐鲁番盆地最低点高多少？

4. 求下列各式中的 x：

(1) $10+x=2$；　　(2) $x+(-3)=-7$；

(3) $(-4.2)+x=0$；　　(4) $x-(-2)=-1$.

B 组

1. 水银的凝固点是 −38.87 ℃，酒精的凝固点是 −117.3 ℃. 水银的凝固点比酒精的凝固点高多少？

2. 计算下表中各地某一天的温差：

城　市	东京	伦敦	莫斯科	巴黎	柏林	纽约
最高气温/℃	9	4	−13	−1	−3	12
最低气温/℃	5	−1	−17	−3	−8	5
温　差/℃						

读一读

我国古代关于负数以及有理数加减的记载

负数的引进，是中国古代数学家对数学的一个巨大贡献．在我国古代秦、汉时期的算经《九章算术》的第八章“方程”中，由于在解方程时遇到了较小的数减去较大数的情形，还遇到了增加与减少、盈余与亏损等互为相反意义的量，这样，就自然地引入了负数．如负数出现在方程的系数和常数项中，把“卖（收入钱）”作为正，则“买（付出钱）”作为负；把“余钱”作为正，则“不足钱”作为负．在关于粮谷计算的问题中，是以益实（增加粮谷）为正，损实（减少粮谷）为负等．该书还指出：“两算得失相反，要令正负以名之．”当时是用算筹来进行计算的，所以在算筹中，相应地规定以红筹为正，黑筹为负；或将算筹直列作为正，斜置作为负．这样，遇到具有相反意义的量，就能用正负数明确地区别了．

在《九章算术》中，除了引进正负数的概念外，还完整地记载了正负数的运算法则，实际上是正负数加减法的运算法则，也就是书中解方程时用到的“正负术”，即“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之；其异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之”．这段话的前四句说的是正负数减法法则，后四句说的是正负数加法法则．它的意思是：同号两数相减，等于其绝对值相减；异号两数相减，等于其绝对值相加；零减正数得负数，零减负数得正数．异号两数相加，等于其绝对值相减；同号两数相加，等于其绝对值相加；零加正数得正数，零加负数得负数．当然，从现代数学观点看，古书中的文字叙述还不够严谨，但直到公元17世纪以前，这还是对正负数加减运算最完整的叙述．

1.7 有理数的加减混合运算

在一个含有有理数加减混合运算的式子中，我们可以将减法转化为加法后，再按照有理数的加法法则来进行运算.

试着做做

2012 年 1 月 22 日，哈尔滨市的最低气温是 -25 ℃，最高气温是 -16 ℃，北京市的最低气温是 -11 ℃，并且哈尔滨市的温差比北京市的温差大 1 ℃.

（1）哈尔滨市的温差是多少？

（2）北京市的温差是多少？

（3）北京市的最高气温是多少？

北京市的最高气温可以用下面的方式直接求出：

$$\begin{aligned}&(-16)-(-25)-(+1)+(-11)\\=&(-16)+(+25)+(-1)+(-11)\\=&-3(℃).\end{aligned}$$

根据有理数减法法则，可将有理数的加减混合运算统一成加法运算. 统一成加法运算后，通常把各个加数的括号及其前面的运算符号“+”省略不写. 如

$$(-16)+(+25)+(-1)+(-11)$$

可写成

$$-16+25-1-11.$$

它表示 -16，25，-1 与 -11 的和，读作“负 16，正 25，负 1 与负 11 的和”，或读作“负 16 加 25 减 1 减 11”.

在进行有理数的加减混合运算时，常常利用加法的交换律和结合律简化运算.

例 计算：

（1）$3-4+9-2$；

（2）$0.25-\frac{1}{8}-\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$.

解：(1) $\quad 3-4+9-2$

$$=(3+9)+(-4-2)$$

$$=12-6$$

$$=6.$$

(2) $\quad 0.25-\frac{1}{8}-\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$

$$=\frac{1}{4}-\frac{1}{8}-\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$$

$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{8}-\frac{7}{8}\right)$$

$$=-\frac{1}{2}-1$$

$$=-1\frac{1}{2}.$$

运用加法交换律交换加数的位置时，要连同前面的符号一起交换.

练　习

1. 把下列各式写成省略加号的形式：

(1) $(-5)-(-4)+(-7)-(+2)$；

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{1}{4}\right)$.

2. 计算：

(1) $0-1+2-3+4-5$；　　(2) $4.5-2.3+2.5-3.7+2$；

(3) $-\frac{7}{5}+\frac{5}{3}-\frac{3}{5}-\frac{2}{3}$；　　(4) $-\frac{1}{3}+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}+\frac{1}{2}$.

习　题

A　组

1. 计算：

(1) $0-2+4-6+8$；　　(2) $-14+3.2-6+3.5+0.3$；

(3) $27-13-4-25$；　　(4) $7.2-3.6-3.6+2.5$.

2. 计算：

(1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$；　　(2) $-\frac{3}{5}-\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+0.5$.

3. 列式并计算：

(1) 一个数与$-\frac{2}{11}$的和等于$-\frac{1}{3}$，这个数是多少？

(2) -2 减去$-\frac{1}{3}$与$\frac{1}{2}$的和，差是多少？

B 组

1. 计算：

(1) $39.1-21.9-10.5-3$；

(2) $\frac{3}{4}-\frac{13}{3}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}$；

(3) $\left|-\frac{5}{2}\right|+3.5+\left|-2\frac{1}{2}\right|$；

(4) $\left|-3\frac{8}{11}\right|-\left|+\frac{27}{10}\right|-\left|+\frac{19}{11}\right|+\left|-\frac{9}{5}\right|$.

2. 下表是某水文站在雨季对某条河一周内水位变化情况的记录(上升为正，下降为负).

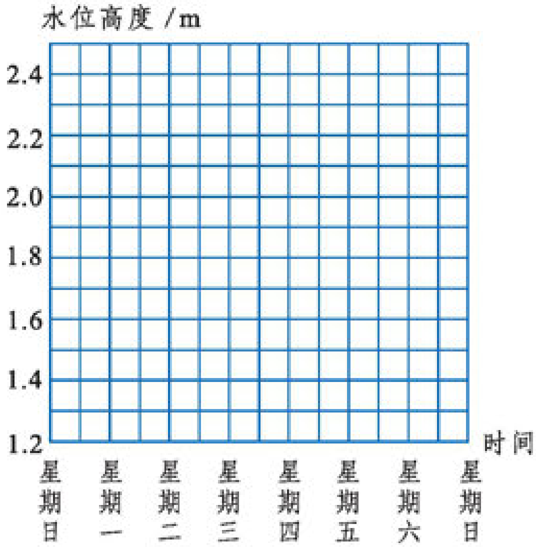
时　间	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
水位变化/m	+0.4	−0.3	−0.4	−0.3	+0.2	+0.2	+0.1

注：①表中记录的数据为每天中午 12 时的水位与前一天 12 时水位的变化量.

②上星期日 12 时的水位高度为2 m.

(1) 请你通过计算说明本周日与上周日相比，水位是上升了还是下降了.

(2) 用折线连接本周每天的水位，并根据折线图说明水位在本周内的升降趋势.



1.8 有理数的乘法

我们过去学过的乘法，乘数都是正数或 0. 下面我们学习如何进行有理数的乘法运算.

通过测量某学校实验楼的楼梯得知，每一级台阶的高都是 15 cm. 现在规定：一楼大厅地面的高度为 0 m，从一楼大厅往楼上方向为正方向，从一楼大厅往地下室方向为负方向.

小亮从一楼大厅向楼上走 1，2，3，4 级台阶时，他所在的高度分别为

$15\times1=15(\text{cm})$；　　$15\times2=30(\text{cm})$；

$15\times3=45(\text{cm})$；　　$15\times4=60(\text{cm})$.

一起探究

1. 请你在下面的横线上分别填写大华从一楼大厅向地下室走 1，2，3，4 级台阶时，他所在的高度：

$(-15)\times1=$________(cm)；　　$(-15)\times2=$________(cm)；

$(-15)\times3=$________(cm)；　　$(-15)\times4=$________(cm).

2. 比较上面两组算式，当两数相乘时，如果把一个因数换成它的相反数，那么它们的乘积有什么关系？

3. 根据你的发现，猜想以下各式的结果.

$(-15)\times(-1)=$________；　　$(-15)\times(-2)=$________；

$(-15)\times(-3)=$________；　　$(-15)\times(-4)=$________.

通过以上探究，我们发现：

两数相乘，把一个因数换成它的相反数，所得的积应为原来的积的相反数.

例如：

变为相反数

$15\times3=45$，　　$(-15)\times3=-45$.

变为相反数

变为相反数

$$(-15)\times 3=-45,\qquad (-15)\times(-3)=45.$$

变为相反数

于是应该有

$$(-15)\times(-3)=45.$$

此外，当有一个因数是 0 时，积也是 0．如

$$15\times 0=0,\quad 0\times(-15)=0.$$

有理数乘法(multiplication of rational number)法则

> **两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.**
> **任何数同 0 相乘，仍得 0.**

例 1 计算：

(1) $(-3)\times 7$；　　(2) $0.1\times(-100)$；

(3) $(-6)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$；　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$.

解：(1) $(-3)\times 7$

$=-(3\times 7)$　　异号得负，绝对值相乘

$=-21$.

(2) $0.1\times(-100)$

$=-(0.1\times 100)$

$=-10$.

(3) $(-6)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=+(6\times\frac{1}{6})$　　同号得正，绝对值相乘

$=1$.

(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)$

$=\frac{1}{6}$.

如果两个有理数的乘积是 1，那么我们称这两个有理数**互为倒数**(reciprocal)，其中一个数称为另一个数的**倒数**．例如，$-\frac{1}{6}$和-6 互为倒数，$-\frac{1}{6}$是-6 的倒数；2 和$\frac{1}{2}$互为倒数，2 是$\frac{1}{2}$的倒数．0 没有倒数．

显然，一个正数的倒数是正数，一个负数的倒数是负数．

例 2 通常情况下，海拔高度每增加 1 km，气温就降低大约 6 ℃(气温降低为负)．某校七年级科技兴趣小组在海拔高度为 1 000 m 的山腰上，测得气温为 12 ℃．请你推算此山海拔高度为 3 500 m 处的气温大约是多少．

解：1 000 m=1 km，3 500 m=3.5 km．

$$
\begin{aligned}
&12+(-6)\times(3.5-1)\\
=&12+(-15)\\
=&12-15\\
=&-3(℃).
\end{aligned}
$$

答：气温大约是零下 3 ℃．

练 习

1．不计算，说出下列两数积的符号：

(1) 3×5；　(2) $(-2)\times4$；

(3) $9\times(-1)$；　(4) $(-4)\times(-6)$．

2．写出下列各数的倒数：

$$1,\ -2,\ -\frac{3}{2},\ 3.5.$$

3．计算：

(1) $(-5)\times(-12)$；　(2) $8\times(-0.25)$；

(3) $\left(-\frac{3}{8}\right)\times\left(-\frac{16}{3}\right)$；　(4) $\left(-\frac{11}{7}\right)\times0$；

(5) $\frac{4}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$；　(6) $\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$．

习 题

A 组

1. 计算：

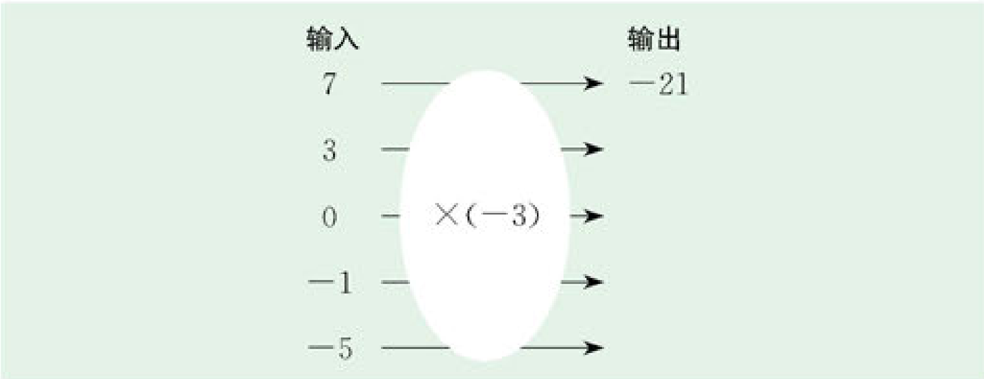
(1) $(-4.5)\times0.2$；　　(2) $(-6)\times(-5)$；

(3) $1.25\times(-4)$；　　(4) $(-2)\times(-4)$.

2. (1) -1 的倒数是________，$1\frac{1}{3}$的倒数是________.

(2) ________倒数是$-\frac{8}{7}$，________倒数是-0.2.

3. 将图中输入的数分别乘-3，写出输出的数.



(第 3 题)

B 组

1. 计算：

(1) $(-8)\times(-0.125)$；　　(2) $\frac{4}{5}\times\left(-\frac{25}{6}\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{9}\right)$；　　(4) $\left(-\frac{8}{7}\right)\times\left(-\frac{21}{8}\right)$.

2. 一种金属棒，当温度是 20 ℃时，长为 5 cm. 温度每升高或降低 1 ℃，它的长度就要随之伸长或缩短 0.000 5 cm. 求温度为 10 ℃时金属棒的长度.

做一做

计算：

(1) $(-4)\times8=$________，　　$8\times(-4)=$________；

$(-5)\times(-7)=$________，　　$(-7)\times(-5)=$________.

(2) $[(-3)\times2]\times(-5)=$________，

$(-3)\times[2\times(-5)]=$________；

$\left[(-4)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right]\times(-6)=$________，

$(-4)\times\left[\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-6)\right]=$________.

(3) $(-6)\times\left[\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)\right]=$________，

$(-6)\times\frac{1}{2}+(-6)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=$________.

大家谈谈

通过比较上面各组算式及运算结果，你认为以前学过的乘法交换律、乘法结合律和乘法对加法的分配律，在有理数范围内还成立吗？请与同学交流你的看法.

事实上，在有理数范围内，我们仍然有：

乘法运算律

乘法交换律：$ab=ba$.
乘法结合律：$(ab)c=a(bc)$.
乘法对加法的分配律：$a(b+c)=ab+ac$.

例 3 计算：

(1) $(-0.25)\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-4)$；

(2) $(-8)\times(-6)\times(-0.5)\times\frac{1}{3}$.

解：(1) $(-0.25)\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-4)$

$=(-0.25)\times(-4)\times\left(-\frac{1}{6}\right)$ 运用交换律

$=[(-0.25)\times(-4)]\times\left(-\frac{1}{6}\right)$ 运用结合律

$=1\times\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{1}{6}.$

(2) $(-8)\times(-6)\times(-0.5)\times\frac{1}{3}$

$=(-8)\times(-0.5)\times(-6)\times\frac{1}{3}$ 运用交换律

$=[(-8)\times(-0.5)]\times\left[(-6)\times\frac{1}{3}\right]$ 运用结合律

$=4\times(-2)$

$=-8.$

例 4 计算$(-24)\times\left(-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)$.

解：$(-24)\times\left(-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{1}{12}\right)$

$=(-24)\times\left(-\frac{2}{3}\right)+(-24)\times\frac{3}{4}+(-24)\times\frac{1}{12}$ 运用分配律

$=16-18-2$

$=-4.$

一起探究

1. 计算：

(1) $1\times2\times3\times4=$________；

(2) $(-1)\times2\times3\times4=$________；

(3) $(-1)\times(-2)\times3\times4=$________；

(4) $(-1)\times(-2)\times(-3)\times4=$________；

(5) $(-1)\times(-2)\times(-3)\times(-4)=$________.

2. 通过上面的计算，填写下表：

算　式	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
负因数的个数					
积的符号					

3. 根据表中填写的结果，探究几个不为 0 的数相乘时，积的符号与负因数个数之间的关系.

由此，我们得到：

几个不为 0 的数相乘，积的符号由负因数的个数决定. 当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.

几个数相乘，如果有一个因数为 0，积就为 0.

练　习

1. 不计算，说出下列各式积的符号：

(1) $(-2)\times(-2)\times(-2)\times2$；　(2) $(-2)\times3\times4\times(-2)$.

2. 计算：

(1) $(-2)\times5\times(-0.25)$；　(2) $100\times15\times(-0.01)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$；　(4) $30\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$.

3. 怎样计算$\left(-\frac{1}{7}\right)\times\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{7}\right)\times\frac{4}{5}$更简便？

习　题

A　组

1. 计算：

(1) $(-4)\times(-5)\times\frac{1}{4}$；　(2) $100\times(-5)\times0.01$；

(3) $24\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)$；　(4) $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}-\frac{5}{12}\right)\times60$.

2. 计算：

(1) $3.5\times(-9)\times\frac{2}{7}$；　　(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)\times(-2.4)\times\left(-\frac{2}{5}\right)$；

(3) $\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\right)\times36$；　　(4) $\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{2}{3}\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{3}{2}$.

B 组

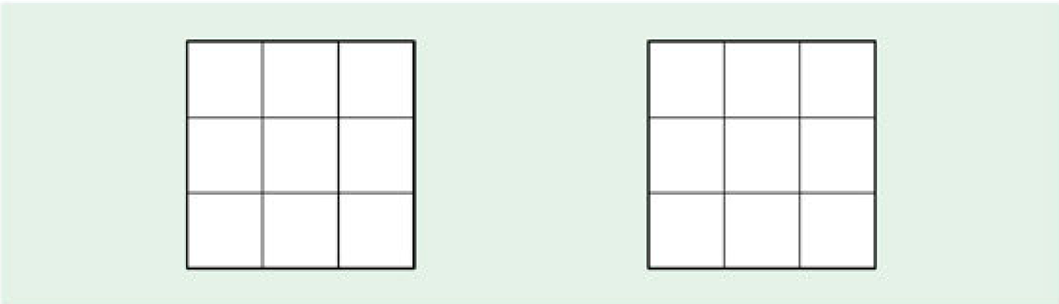
1. 计算：

(1) $1.25\times\left(-\frac{81}{20}\right)\times(-8)$；　　(2) $(-9)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times(-0.8)\times\frac{1}{3}$；

(3) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-8+\frac{10}{3}-\frac{1}{2}\right)$；　　(4) $\frac{3}{4}\times(-9)+\frac{3}{4}\times(-15)$.

2. (1) 把 -1，-2，3，-4，-5，6，-7，-8，9 分别填在图中左面的空格里，使每行、每列、每条对角线上三个数的积都是正数.

(2) 把 -1，2，3，4，-5，6，7，8，-9 分别填在图中右面的空格里，使每行、每列、每条对角线上三个数的积都是负数.



（第 2 题）

1.9 有理数的除法

我们已经学习了有理数的乘法，现在我们学习有理数的除法.

我们已经知道：$(-4)\times(-3)=12$. 根据除法的意义，求 $12\div(-3)$ 的结果，就是求一个数，使它与 -3 相乘等于 12，所以

$$12\div(-3)=-4.$$

试着做做

请你试着填空：

(1) $8\times9=72$，$72\div9=$______，$72\times\frac{1}{9}=$______；

(2) $2\times(-3)=-6$，$(-6)\div2=$______，$(-6)\times\frac{1}{2}=$______；

(3) $(-4)\times2=-8$，$(-8)\div(-4)=$______，$(-8)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=$______.

除法是乘法的逆运算.

观察与思考

1. 观察上面的计算结果以及算式的特点，你能得到什么结论？
2. 请再举出具有上述特点的两组算式，检验你的结论.

由此，我们得到：

有理数除法(division of rational number)法则

除以一个数（不等于 0）等于乘这个数的倒数.

大家谈谈

根据有理数的乘法法则和除法法则，谈谈：

(1) 同号两数相除，商的符号怎样确定，结果等于什么？

（2）异号两数相除，商的符号怎样确定，结果等于什么？

（3）0 除以任何一个不等于 0 的数，结果等于什么？

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除．0 除以任何不等于 0 的数都得 0．

在进行两个有理数的除法运算时，既可以先确定商的符号，再将绝对值相除，也可以将除法转化为乘法来进行．

例 1 计算：

（1）$(-105)\div 7$；（2）$6\div\left(-\frac{1}{4}\right)$；（3）$(-0.09)\div(-0.3)$．

解：（1）$(-105)\div 7$

$=-(105\div 7)$

$=-15$．

异号得负，绝对值相除

（2）$6\div\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=6\times(-4)$

$=-24$．

除以一个数等于乘这个数的倒数

（3）$(-0.09)\div(-0.3)$

$=+(0.09\div 0.3)$

$=0.3$．

同号得正，绝对值相除

例 2 计算：

（1）$\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-6)\div\left(-\frac{9}{4}\right)$；（2）$\left(\frac{5}{12}-\frac{5}{9}\right)\div\left(-\frac{5}{36}\right)$．

解：（1）$\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-6)\div\left(-\frac{9}{4}\right)$

$=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)$

$=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{1}{18}$．

$a\div b\div c$ 这样的式子是指 $(a\div b)\div c$．

(2) $\left(\frac{5}{12}-\frac{5}{9}\right)\div\left(-\frac{5}{36}\right)$

$=\left[\frac{5}{12}+\left(-\frac{5}{9}\right)\right]\times\left(-\frac{36}{5}\right)$

$=\frac{5}{12}\times\left(-\frac{36}{5}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)\times\left(-\frac{36}{5}\right)$

$=-3+4$

$=1.$

练　习

1．计算：

(1) $(-84)\div 7$；　(2) $(-15)\div(-3)$；

(3) $\frac{1}{2}\div\left(-\frac{2}{3}\right)$；　(4) $(-1.25)\div\left(\frac{1}{8}\right)$；

(5) $0\div\left(-\frac{7}{18}\right)$；　(6) $\frac{8}{5}\div(-4)$.

2．计算：

(1) $100\div(-4)$；　(2) $\left(-\frac{12}{25}\right)\div\frac{3}{5}$；

(3) $\frac{8}{7}\div\left(-\frac{2}{7}\right)$；　(4) $(-3)\div\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{2}\right)$.

习　题

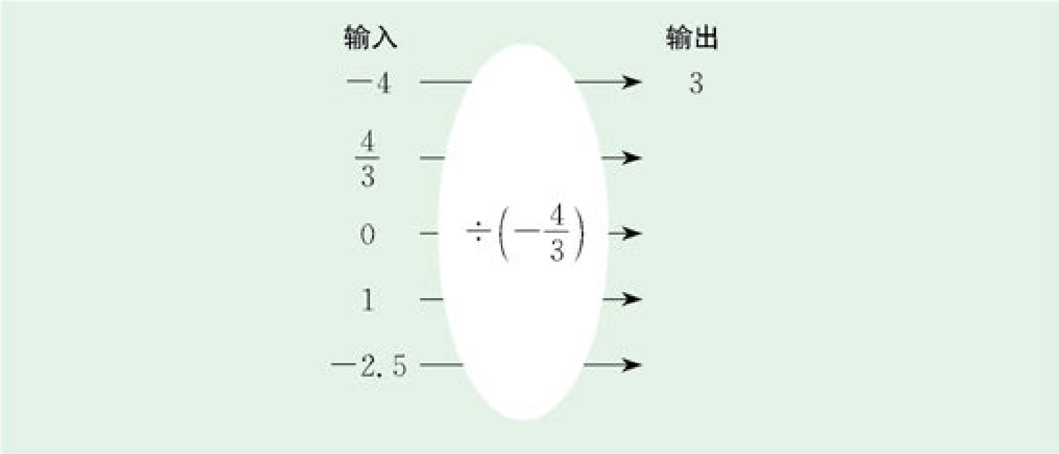
A 组

1．计算：

(1) $\frac{4}{7}\div(-12)$；　(2) $(-378)\div(-7)$；

(3) $\frac{7}{3}\div(-0.35)$；　(4) $\left(-\frac{8}{7}\right)\div\left(-\frac{4}{3}\right)$.

2. 将输入的数分别除以$-\frac{4}{3}$，写出输出的数：



（第 2 题）

B 组

1. 计算：

(1) $(-189)\div(-9)\div 7$；　　(2) $(-0.75)\div\frac{5}{16}\div(-1.2)$；

(3) $(-3.5)\div\frac{7}{8}\div\left(-\frac{4}{3}\right)$；　　(4) $\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{5}{8}\right)$.

2. 一袋大米的标准质量是 25 kg. 超过标准的质量用正数表示，不足标准的质量用负数表示. 现有 10 袋大米记录如下：（单位：kg）

$$-0.4,\ -0.5,\ +0.3,\ -0.3,\ +0.5,$$
$$0,\ -0.1,\ +0.2,\ -0.6,\ -0.1.$$

根据记录，算出这 10 袋大米的平均质量.

1.10 有理数的乘方

在一些问题中，我们会遇到几个相同因数相乘的式子. 这样的式子可以用幂的形式来表示.

我们知道，1 m=10 dm，1 dm=10 cm，1 cm=10 mm. 这样就有

$$\begin{aligned}&1\ \text{m}\\=&10\ \text{dm}\\=&10\times10\ \text{cm}\\=&10\times10\times10\ \text{mm}.\end{aligned}$$

在这里，10×10，$10\times10\times10$ 都是相同因数相乘，为方便起见，我们把 10×10 记作 10^2，读作 10 的二次方(或 10 的平方)；把 $10\times10\times10$ 记作 10^3，读作 10 的三次方(或 10 的立方).

试着做做

请你仿照上面的记数方法表示下列各式：

(1) $5\times5\times5$ 记作________，$3\times3\times3\times3$ 记作________.

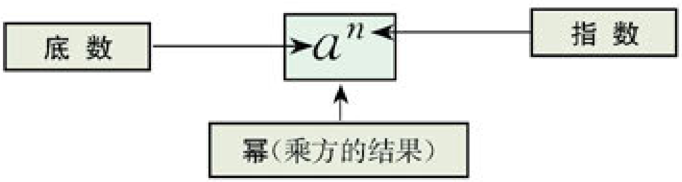
(2) $(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)$ 记作________，

$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$记作________.

一般地，n 个相同的数 a 相乘，$\overbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}^{n个a}$，记作 a^n，即

$$\overbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}^{n个a}=a^n.$$

像这种求 n 个相同因数的积的运算叫做**乘方**(power). 乘方的结果 a^n 叫做**幂**(power). 在 a^n 中，a 叫做**底数**(base number)，n 叫做**指数**(exponent)，a^n 读作 a 的 n 次幂(或 a 的 n 次方).



如 2^3 中，底数是 2，指数是 3，2^3 读作 2 的 3 次幂(或 2 的 3 次方，或 2 的立方).

一个数可以看做这个数本身的一次方，如 5 就是 5^1. 通常指数为 1 时可以省略不写.

例 计算：

(1) $(-2)^3$；　　(2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$；　　(3) -2^6.

解：(1) $(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$.

(2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{81}$.

(3) $-2^6=-2\times2\times2\times2\times2\times2=-64$.

做一做

1. 计算，填表：

$(-2)^1$	$(-2)^2$	$(-2)^3$	$(-2)^4$	$(-2)^5$	$(-2)^6$	…
						…

2. 上表中计算结果的符号有什么规律？

事实上，正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数.

练 习

1. 指出下列各式表示的意义：

$$4^3,\ 3^{10},\ 5^4,\ \left(-\frac{1}{3}\right)^{10},\ (-5)^4.$$

2. 计算：

(1) $(-5)^2$，$\left(-\frac{3}{4}\right)^3$，$\left(-\frac{1}{10}\right)^4$，$\left(-\frac{1}{5}\right)^3$；

(2) $(-10)^2$，$(-10)^3$，$(-10)^4$，$(-10)^7$.

习题

A 组

1. 计算：

$(-3)^2$，-3^2，$(-3)^3$，$(-1.7)^2$，$\left(-\frac{1}{2}\right)^5$.

2. 判断下列各式计算结果的正负：

$(-2)^9$，-3^{10}，$(-0.002)^7$，$\left(-\frac{1}{3}\right)^8$.

3. 一个数的平方是 4，这个数是多少？

B 组

1. 某药厂生产了一批新药，装箱后存放在仓库中．为了方便清点，按 10×10×10 箱一堆的方式摆放，共摆放了 10 堆．已知每箱装 100 瓶药，每瓶装 100 片药．

(1) 这批药共有多少箱？

(2) 这批药共有多少片？

2. 一种放射性物质，每经过一年，它的剩余量变为原来的 84%．假设这种物质现在的总量为 1．

(1) 填写下表：

经过时间/年	1	2	3	4	5	…	n	…
剩余量								

(2) 几年后这种物质的剩余量约为现在的一半？

1.11 有理数的混合运算

在含有加、减、乘、除及乘方等运算的式子中，我们可以按照一定的顺序进行计算，并求得结果.

在算式 $18-32\div 8+(-2)^2\times 5$ 中，含有加、减、乘、除及乘方运算，这样的运算叫做有理数的混合运算.

有理数的混合运算应按下面的运算顺序进行：

先算乘方，再算乘除，最后算加减.

如果有括号，要先算括号里面的.

这样就有

$$
\begin{aligned}
&18-32\div 8+(-2)^2\times 5\\
=&18-32\div 8+4\times 5\\
=&18-4+20\\
=&34.
\end{aligned}
$$

例 1 计算：(1) $\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{5}{4}$；　　(2) $(-2)^3-\frac{1}{6}\times 5-\frac{1}{6}\times(-3^2)$.

解：(1)

$$
\begin{aligned}
&\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{5}{4}\\
=&\frac{3}{5}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{4}{5}\\
=&-\frac{2}{25}.
\end{aligned}
$$

(2)

$$
\begin{aligned}
&(-2)^3-\frac{1}{6}\times 5-\frac{1}{6}\times(-3^2)\\
=&-8-\frac{1}{6}\times 5-\frac{1}{6}\times(-9)\\
=&-8-\frac{1}{6}\times(5-9)\\
=&-8-\frac{1}{6}\times(-4)\\
=&-8+\frac{2}{3}\\
=&-\frac{22}{3}.
\end{aligned}
$$

做一做

计算：

(1) $1.2\times\left(-\frac{3}{4}\right)-(-1.5)\div\frac{5}{6}$；

(2) $(-2)^3\times0.5-(-1.6)^2\times\left(-\frac{1}{4}\right)$.

例 2 面粉厂生产的一种面粉，以 25 kg 为标准，抽检 10 袋面粉的质量与标准质量的差值情况如下表所示：(比25 kg 多和少的面粉质量分别记为正和负)

袋数	2	2	3	3
差值/kg	−0.15	−0.10	0	+0.10

求这 10 袋面粉的平均质量.

解：根据题意，得

$$\begin{aligned}&25+[(-0.15)\times2+(-0.10)\times2+0\times3+(+0.10)\times3]\div10\\=&25+(-0.30-0.20+0.30)\div10\\=&24.98(\text{kg}).\end{aligned}$$

答：这 10 袋面粉的平均质量为 24.98 kg.

练　习

1. 请你说出下列各式的运算顺序：

(1) $-2^3+\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2$；　　(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^2\div\left[(-4)-\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$.

2. 计算：

(1) $(-3)\times(-5)-45\div(-15)$；　　(2) $3\times(-4)+(-28)\div7$；

(3) $-\frac{3}{4}\times\left[-3^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2-(-2)^3\right]$；　　(4) $\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(-4+\frac{8}{3}-\frac{16}{9}\right)$.

3. 探空气球探测表明，某地的地面气温是 20℃时，10 km 高空的气温是−28 ℃. 如果气温是随高度的上升而均匀下降的，那么每升高 1 km，气温下降多少摄氏度？

习题

A 组

1. 计算：

(1) $4\times(-3)\div6$；　　(2) $2^3+(-3)\times(-2)^2$.

2. 一个气象站每天记录2时，8时，14时，20时四个时刻的气温，并把它们的平均数作为这天的日平均气温. 现测得冬季一天的气温是：2时，-12 ℃；8时，-9 ℃；14时，3 ℃；20时，-4 ℃. 这天的日平均气温是多少摄氏度？

3. 计算：

(1) $(-1)^6-\frac{1}{2}\times[-2-(-3)^2]+\frac{1}{2}$；

(2) $(-2)^3\times0.5-(-1.5)^2\times4$；

(3) $(-1)^5\times\left[-3^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2-2\right]\times\left(-\frac{3}{2}\right)$；

(4) $(-25)\times\frac{3}{2}-(-25)\times\frac{5}{8}+(-25)\div8$.

B 组

1. 计算：

(1) $-\frac{5}{2}+\frac{56}{5}\div(-2)^2\times\left(-\frac{5}{14}\right)$；

(2) $(-1)^3-(-1)^2\div\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\right]$.

2. 猜猜“我”是谁：

(1)“我”的倒数是“我”，同时，谁与“我”的积都是它的相反数.

(2)“我”与-4的和等于-5的平方.

(3)“我”除以-3的商，等于6与-4的积.

1.12 计算器的使用

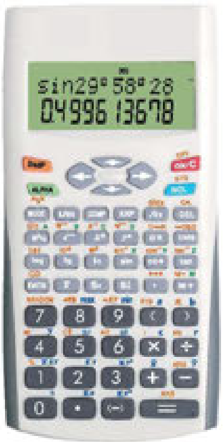
计算器不仅可以进行数值的计算，还可以帮助我们进行有关数值问题的探索．下面我们学习如何使用计算器进行数的计算．

观察与思考

电子计算器(electronic calculator)简称计算器，具有体积小、操作简单、运算速度快等特点，现在已成为人们广泛使用的计算工具．

计算器可分为简单计算器、科学计算器、函数计算器等几种类型．不同型号的计算器的使用方法以及显示形式有时是不同的．本节我们将结合下图中 A、B 两种型号的科学计算器，介绍计算器的一般使用方法，其他型号计算器的使用方法可参照这两种计算器，不同之处可参照说明书．

科学计算器的面板是由显示器和键盘两大部分组成的．



A 型

显示器是用来显示输入数据和计算结果的．显示器有单行显示的，也有双行显示的(图中的显示器就是双行显示的)．

计算器**键盘**的每一个键上，都标明了这个键的使用功能．$\boxed{\text{ON/C}}$是开启计算器与清零键，按一下这个键，计算器就处于开机、清零状态．$\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$ 等标有运算符号的键是运算功能键，例如按$\boxed{+}$这个键，计算器将执行加法运算，按$\boxed{=}$键完成运算．

键盘上有些键的上方还注明了这个键的其他功能(第二功能)．这个功能通常用其他颜色标明，以区别于这个键的第一功能．所有第二功能的使用，均应先按一下$\boxed{\text{2ndF}}$键，再按一下第二功能对应的键．

B 型

例如，按一下$\boxed{\text{2ndF}}$键，再按$\boxed{\text{ON/C}}$键，

这时计算器执行的是 $\boxed{\text{ON/C}}$ 键上方的 $\boxed{\text{OFF}}$ 键的功能. $\boxed{\text{OFF}}$ 键是关闭计算器键.

下面，我们举例说明怎样使用计算器进行简单的运算.

例 1 用计算器计算：

(1) $-125\div5-15\times(-3)$； (2) $-1.3^2+1.2^4$.

解：(1) $-125\div5-15\times(-3)$，A，B 两种型号计算器的按键顺序为

$\boxed{(-)}\ \boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{5}\ \boxed{\div}\ \boxed{5}\ \boxed{-}\ \boxed{1}\ \boxed{5}\ \boxed{\times}\ \boxed{(-)}\ \boxed{3}\ \boxed{=}$

显示器显示的结果为 20，所以 $-125\div5-15\times(-3)=20$.

(2) $-1.3^2+1.2^4$，A，B 两种型号计算器的按键顺序为

$\boxed{(-)}\ \boxed{1}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{3}\ \boxed{x^2}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{2}\ \boxed{y^x}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$

显示器显示的结果为 0.383 6，所以 $-1.3^2+1.2^4=0.3836$.

例 2 用计算器计算：

(1) $(3.2-4.5)\times3^2-\frac{2}{5}$； (2) $\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{8}\right)\div\left(-1\frac{7}{8}\right)$.

解：(1) $(3.2-4.5)\times3^2-\frac{2}{5}$，A，B 两种型号计算器的按键顺序为

$\boxed{(}\ \boxed{3}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{2}\ \boxed{-}\ \boxed{4}\ \boxed{\cdot}\ \boxed{5}\ \boxed{)}\ \boxed{\times}\ \boxed{3}\ \boxed{x^2}\ \boxed{-}\ \boxed{2}\ \boxed{\div}$
$\boxed{5}\ \boxed{=}$

显示器显示的结果为 -12.1，所以

$$(3.2-4.5)\times3^2-\frac{2}{5}=-12.1.$$

(2) $\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{8}\right)\div\left(-1\frac{7}{8}\right)$，A，B 两种型号计算器的按键顺序为

$\boxed{(}\ \boxed{1}\ \boxed{a^b/c}\ \boxed{4}\ \boxed{-}\ \boxed{5}\ \boxed{a^b/c}\ \boxed{8}\ \boxed{)}\ \boxed{\div}\ \boxed{(-)}\ \boxed{1}\ \boxed{a^b/c}\ \boxed{7}\ \boxed{a^b/c}$
$\boxed{8}\ \boxed{=}$

A 型计算器显示的结果为 1⌟5，B 型计算器显示的结果为 1⌜5，所以

$$\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{8}\right)\div\left(-1\frac{7}{8}\right)=\frac{1}{5}.$$

算出 $\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{8}\right)\div\left(-1\frac{7}{8}\right)=\frac{1}{5}$ 后，如果继续按 $\boxed{a^b/c}$ 键，就将分数转化成了小数的表示形式.

练　习

用计算器计算：

(1) $12.25\times2.3-55.3$；

(2) $0.12\div(-1.2)-0.38\times5$；

(3) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{1}{20}$；

(4) $\frac{3}{4}\times(2.25-1.05)\times1.2^2$.

习　题

1. 用计算器计算：

(1) $3\ 600\div0.6\times(-0.06)$；

(2) $0.36\times2^3-1.44\div2^2$；

(3) $\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{8}{9}$；

(4) $-5^2+1-0.2\times\frac{3}{5}\div(-2)$.

2. (1) 用计算器计算下列各式：

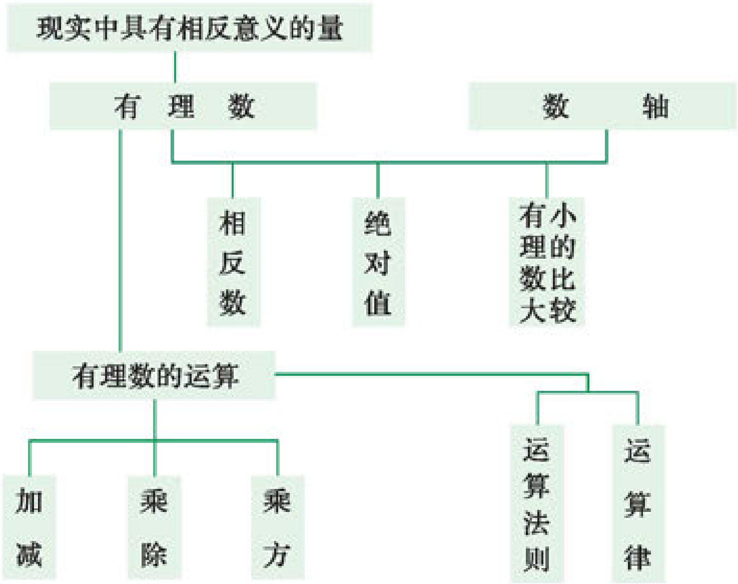
11×11，111×111，$1\ 111\times1\ 111$，$11\ 111\times11\ 111$.

(2) 根据(1)的计算结果，你发现了什么规律？

(3) 如果不用计算器，你能直接写出 $1\ 111\ 111\times1\ 111\ 111$ 的结果吗？请你试一试.

回顾与反思

一、知识结构



二、总结与反思

1．有理数.

为了表示现实生活中具有相反意义的量，我们引入了负数，从而产生了有理数，实现了数的一次扩充.

在对有理数进行分类时，依据分类标准的不同，分类的形式也不一样．但不管采用哪种方式分类，都应该遵循不重不漏的原则.

有理数可以按下面的两种方法进行分类：

(1) $\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\left.\begin{array}{l}\text{正整数}\\0\end{array}\right\}\text{自然数}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$

(2) $\text{有理数}\begin{cases}0\\\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$（0 与正整数合称自然数）

2．数轴.

(1) 利用数轴，我们可以将任意一个有理数用“点”直观地表示出来．这种数形结合的方法是我们在今后的学习中经常使用的一种方法.

(2) 数轴上的点表示的数是有序的，右边的数总比左边的数大．据此，可以比较有理数的大小.

3. 绝对值.

一个数的绝对值是数轴上表示这个数的点到原点的距离.

(1) 要确定这个数在数轴上的位置，一是看符号，二是看绝对值.

(2) 任何一个有理数的绝对值都是非负数.

4. 相反数.

互为相反数的两个数可以有多种表现形式：

(1) 符号不同，绝对值相等.

(2) 在数轴上，它们在原点的两侧，并且到原点的距离相等.

(3) 如果 a，b 互为相反数，那么 $a+b=0$.

三、注意事项

1. 进行有理数的混合运算，就是把减法转化为加法，除法转化为乘法，再进行运算. 把减法转化为加法时，一定要注意，在改变运算符号的同时，要改变数的性质符号.

2. 有理数的混合运算涉及多种运算，正确运用运算法则和运算律以确定合理的运算顺序，可以使运算更简便. 运用加法交换律和乘法交换律交换各数时，要连同它们的符号一起交换.

复 习 题

A 组

1. 把下列各数分类：

$$\frac{1}{2}，-3，0.45，10，0，-1\frac{3}{4}，-1，9，-3.5，-3.14，-5.$$

(1) 正整数：{ …}.

(2) 负整数：{ …}.

(3) 整数：{ …}.

(4) 分数：{ …}.

2. 填空：

(1) 互为相反数的两数之和是__________.

(2) 互为倒数的两数之积是__________.

(3) 一个数的倒数等于它本身，这个数是__________.

3. 填写下面的表格：

有理数	相反数	倒　数	绝对值
-1			
$-\frac{1}{2}$			
3.14			
$-\frac{11}{7}$			
$a(a>0)$			
$a(a<0)$			

4. 下面的结论是否正确？为什么？

(1) 和一定大于每一个加数.

(2) 被减数一定大于减数.

(3) 0是最小的有理数.

(4) 一个数的倒数一定小于它本身.

5. 几个有理数之和的相反数，是否等于这几个有理数的相反数的和？请你举例验证.

6. 比较下列各组两个数的大小：

(1) -0.1 和 -0.01；　　(2) $-\frac{3}{4}$ 和 $-\frac{4}{3}$；

(3) $\frac{1}{5}$ 和 -0.2；　　(4) $-\frac{2}{7}$ 和 $-\frac{2}{9}$；

(5) $-\frac{6}{5}$ 和 $-\frac{11}{5}$；　　(6) -0.3 和 $-\frac{1}{3}$.

7. 计算：

(1) $-9-(-11)$；　　(2) $26+(-62)$；

(3) $7-(-14)$；　　(4) $-8\times(-15)$；

(5) $-6\div\left(-\frac{1}{6}\right)$；　　(6) $72\div\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(7) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-1.25)$；　　　　(8) $(-0.75)\div\left(-\frac{1}{8}\right)$.

8. 计算：

(1) $-6-6-(-7)$；　　　　(2) $-24-(-10)+(-6)$；

(3) $2+(-3)\times(-2)$；　　　　(4) $3\times(-2)+8\div(-4)$；

(5) $4\times\left(-\frac{1}{4}\right)^2-2^3\div(-8)$；　　　　(6) $7\div[(-2)^3-(-4)]$；

(7) $\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{36}-\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)\times(-48)$；　(8) $15\times\left(-\frac{3}{4}\right)-(-15)\times\frac{3}{2}+15\times\frac{1}{4}$.

9. 有一个水利勘察大队，第一天从出发点沿江向上游走了 5.5 km，第二天又向上游走了 5.7 km，第三天向下游走了 4.9 km，第四天又向下游走了 5.8 km. 这时，勘察大队在出发点的上游还是下游？距出发点的路程是多少千米？

10. 某地 3 月份每天的最低气温如下表. 请你先分别计算上旬、中旬、下旬的日最低气温的平均值，并填入表内，再计算出 3 月份日最低气温的平均值.（结果保留一位小数）

3 月份日最低气温记录

日　期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
最低气温/℃	−8	−7	−2	−3	−2	1	4	4	3	−1

日　期	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
最低气温/℃	1	2	−1	−4	−2	−2	0	2	1	−1

日　期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
最低气温/℃	−3	−2	1	−2	1	3	2	4	5	6	7

上旬日最低气温平均值/℃		中旬日最低气温平均值/℃		下旬日最低气温平均值/℃	

11. 用计算器计算：

(1) $324+278+3\,170$；

(2) $145-1\,086-92$；

(3) $3\,024\div(-36)-2\,145$；

(4) $(-23.4\times3.01+60.4)\div5$；

(5) $-123\times(-5+20.3)^3$；

(6) $(34.26-254.76)\times(23-12)^4$.

B 组

1. 某地气象台记录了当地一周日平均气温的变化情况.

(1) 请你完成下表：

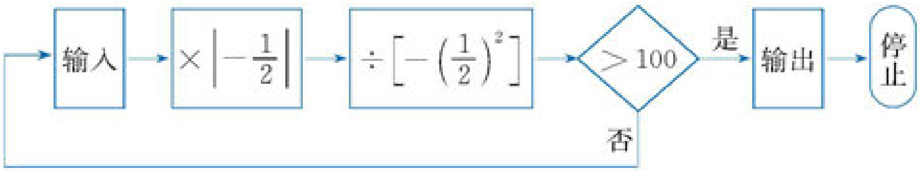
时间	与前一天比较	用正、负数表示/℃
星期一	上升了 3 ℃	+3
星期二	下降了 2 ℃	
星期三	下降了 3 ℃	
星期四	上升了 1 ℃	
星期五	上升了 2 ℃	
星期六	下降了 4 ℃	
星期日	下降了 2 ℃	

(2) 如果上星期日的日平均气温是 5 ℃，那么本星期日的日平均气温是多少？

2. a，b 是有理数，且 $a>b$，在数轴上对应的点如图所示. 请你在下面的数轴上标出有理数 $-a$，$-b$，$a+b$，$(-a)+(-b)$ 所对应的点.

（第 2 题）

3. 按下列程序进行计算. 第一次输入的数是 20，如果结果不大于 100，就把结果作为输入的数再进行第二次计算，直到符合要求为止. 请把每次计算的结果填在下面的表中.



计算次数	1	2	3	4	…
计算结果					…

4. 一种面粉，其包装袋上的质量标识为“25±0.25 kg”，这表明每袋面粉的质量应是 25 kg，但每袋面粉的质量不超出(25+0.25)kg，或不低于(25−0.25)kg，就算是合格的. 现称得一袋面粉的质量是 24.8 kg，这袋面粉的质量合格吗？请说明你的理由.

（第 4 题）

5. 一种细胞，每经过 30 min 分裂一次，每次每个细胞分裂成 2 个. 那么，1 个细胞经过 3 h 能分裂成多少个？

6. 12 岁～14 岁的少年，每天的睡眠时间应为 8 h～9 h.

   (1) 以 8.5 h 为标准，超过的时间记为“正”，不足的时间记为“负”，记录下你一周中每天的睡眠时间.

   (2) 计算这一周中平均每天的睡眠时间.

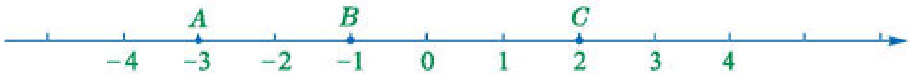
   (3) 你的睡眠充足吗？

C 组

1. 请你分别写出一个符合下面条件的有理数 a：

   (1) $|a|=a$；　(2) $|a|>a$；　(3) $|a|=-a$；　(4) $a>-a$.

2. 如图，数轴上的点 A，B，C 分别表示−3，−1，2.



（第 2 题）

   回答下列问题：

   (1) A，B，C 三点中每两点之间的距离分别是多少？

   (2) 根据(1)中的结果，你认为点 B 到点 A 的距离与点 B 到点 C 的距离的和是否与 A，C 两点间的距离相等？你还能找到这样的点吗？请你试一试.

   (3) 你能否找到这样的点，该点到点 A 的距离与到点 C 的距离的和大于 A，C 两点间的距离？请你试一试.

3. (1) 量一量你所在的小组中每名同学的身高，并以你的身高为标准，超过的部分记为“正”，低于的部分记为“负”，把每名同学的身高记录下来.

   (2) 用你的身高和记录下来的数值算出你们小组同学的平均身高.

第二章

几何图形的初步认识

在本章中，我们将学习

- 生活中的几何图形
- 线段、射线、直线
- 角、角的度量及角之间的关系
- 图形的旋转

从北京天坛主体建筑物的外观上看，它是由不同形状和大小的几何体构成的.

2.1 从生活中认识几何图形

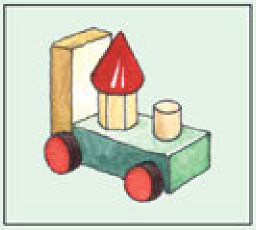
现实生活中的物体，它们的形状、大小及它们之间的位置关系，反映着它们本身的性质和彼此的关联，这正是人们需要探究清楚的问题.

观察与思考

观察图片，思考下列问题：

地球、月球

学具



玩具

天坛

（1）请描述以上情境中有关物体的“形状”，并谈谈你的感想.

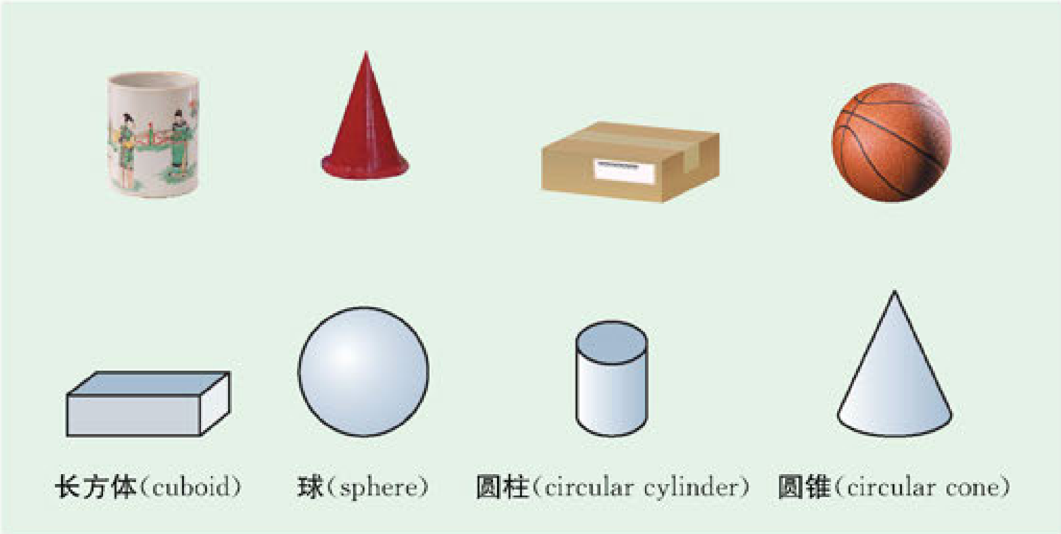
（2）请用“几何图形”来描述以上各情境中的物体.

对于各种物体，如果不考虑它们的颜色、材料和质量等，而只关注它们的形状（如方的、圆的等）、大小（如长度、面积、体积等）和它们之间的位置关系（如垂直、平行、相交等），就得到**几何图形**（geometric figure）.

> 图形的形状、大小和它们之间的位置关系是几何研究的主要内容.

做一做

1. 请你把下面的实物与相应的几何体用线连接起来：



2. 如图 2-1-1，请你把每个平面图形的名称写在它的下面.

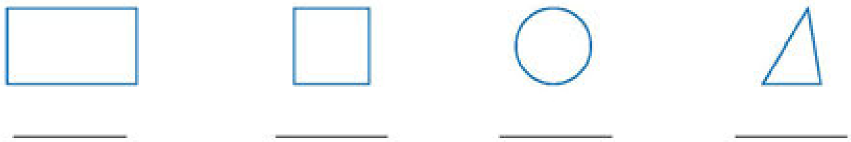


图 2-1-1

几何图形包括立体图形(几何体)和平面图形. 像正方体、长方体、棱柱、圆柱、圆锥、球等，它们都是立体图形. 像线段、直线、三角形、长方形、梯形、六边形、圆等，它们都是平面图形.

观察以下几何体：

图 2-1-2

可以看到，几何体都是由面围成的. 如：长方体有六个面，这些面都是平的；圆柱有三个面，两个底面是平的，一个侧面是曲的；球有一个面，是曲的.

大家谈谈

对于上面的长方体和圆柱，交流下面的问题：

（1）在长方体中，面与面交接（相交）的地方形成线．这样的线有几条，是直的还是曲的？

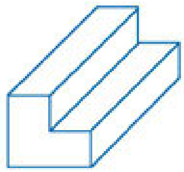
（2）在圆柱中，两个底面与侧面交接（相交）的地方形成线．这样的线有几条，是直的还是曲的？

（3）在长方体中，线与线交接（相交）的地方形成点．这样的点有几个？

包围着几何体的是**面**（plane），面与面相交形成**线**（line），线与线相交形成**点**（point）．点、线、面是几何图形的基本要素．

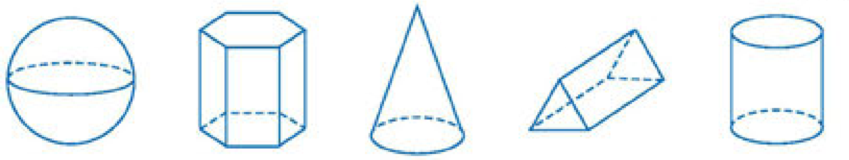
练 习

1. 如图，这是一个零件毛坯的示意图．这个几何体有几个面，几条棱，几个顶点？



（第 1 题）

2. 观察图中的几何体，在横线上分别写出它们的名称．



________ ________ ________ ________ ________

（第 2 题）

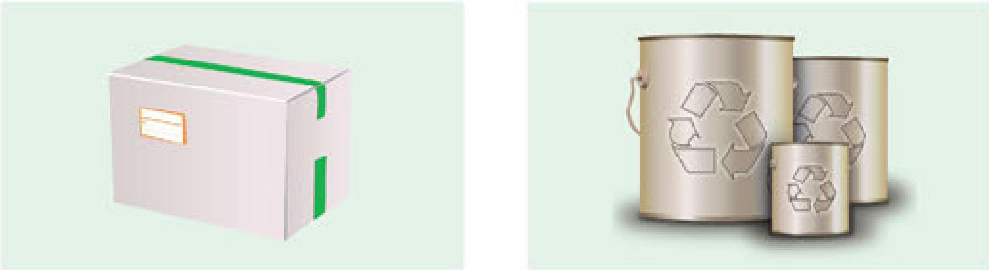
习 题

A 组

1. 你认为下列几何体中有哪些平面图形？试着把它们画出来．

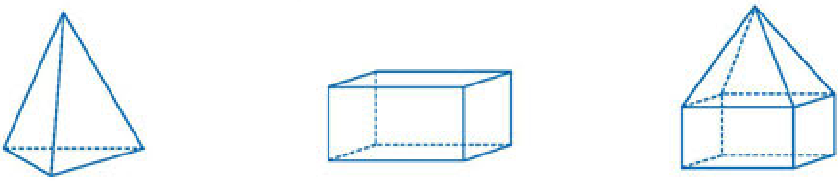
（第 1 题）

2. 图中哪些面是平的，哪些面是曲的？这些面相交形成怎样的线？它们是直的还是曲的？指出这些线相交形成的点.



（第 2 题）

3. 分别指出下列几何体各有多少个面，面与面相交形成的线各有多少条，线与线相交形成的点各有多少个.



（第 3 题）

B 组

1. 请你说出下列物体分别类似于哪一类几何体，或可看做由哪些几何体构成的.

（第 1 题）

2. 下面图片表示的运动，给我们以点动成线、线动成面或面动成体的印象的各是哪一个？

（第 2 题）

2.2 点和线

点和线是两种最基本的几何图形，又是构成其他几何图形的基本要素.

做一做

1. 图 2-2-1 是某城区公园的示意图，请在图上找出表示石刻园、展览中心、花卉园、茶餐厅和健身区的点，并用笔加重描出这个公园的边界线.

2. 请指出图 2-2-2 中平面图形的顶点和边，立体图形的顶点和棱.

图 2-2-1

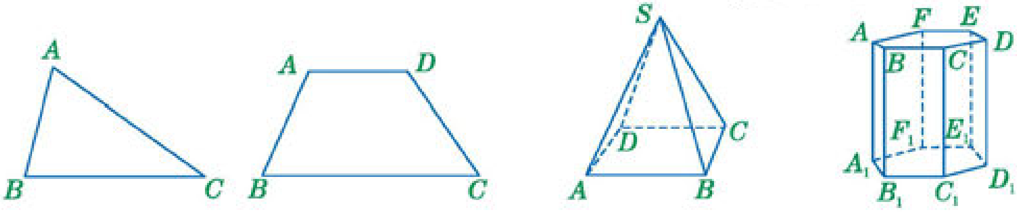


图 2-2-2

点的形象随处可见，如地图上用来表示城市位置的点，绘画中表示天空中星星的点，几何图形中表示顶点的点，等等. 点运动的轨迹是线.

线段(line segment)的直观形象是拉直的一段线. 如跳高的横杆、直尺的边沿、一段铁轨等，都给我们以线段的形象.

点和线段的表示方法如图 2-2-3 所示.

图 2-2-3

位于线段 AB 两端的点 A，B，叫做这条线段的**端点**(end point).

如图 2-2-4，将线段 AB 沿 AB 方向(或 BA 方向)无限延伸所形成的图形叫做**射线**(ray). 点 A(或点 B)叫做射线的端点.

如图 2-2-4，将线段 AB 沿这条线段向两方无限延伸所形成的图形，叫做**直线**(straight line).

> 线段、射线各有几个端点？直线呢？

射线 AB　　　　射线 BA　　　　直线 AB(或直线 l)

图 2-2-4

一起探究

平面内的一点 P 与直线 l(图 2-2-5)可能有怎样的位置关系？请你画出图形，并用相应的语言说明.

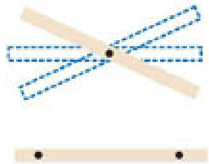
图 2-2-5

如图 2-2-6，在同一个平面内，给定一个点与一条直线，它们的位置关系有两种情况.

点 P 在直线 l 上(直线 l 经过点 P)　　点 P 在直线 l 外(直线 l 不经过点 P)

图 2-2-6

观察与思考



1. 用一个钉子把一根木条钉在墙上，木条能绕着钉子转动吗？

2. 用两个钉子在不同位置把木条钉在墙上，木条还能转动吗？这种现象说明了什么？

将钉子看做一点，木条看做一条直线，我们从上面的第一种情况可以得到：经过一点，有无数条直线. 从第二种情况可以得到：

基本事实　**经过两点有一条直线，并且只有一条直线.**

练习

如图，已知线段 AB，按要求画图：

(1) 延长线段 AB 至 C，使 $BC=2$ cm.

(2) 延长线段 BA 至 D，使 $AD=1.5$ cm.

习题

A 组

1. 按要求画图：

(1) 画线段 $AB=2$ cm，延长 AB 至 C，使 $BC=2$ cm.

(2) 画一点 P，过点 P 画直线 AB，在直线 AB 外画一点 Q.

2. 怎样才能把一行树苗栽直？请你想出办法，并说明其中的道理.

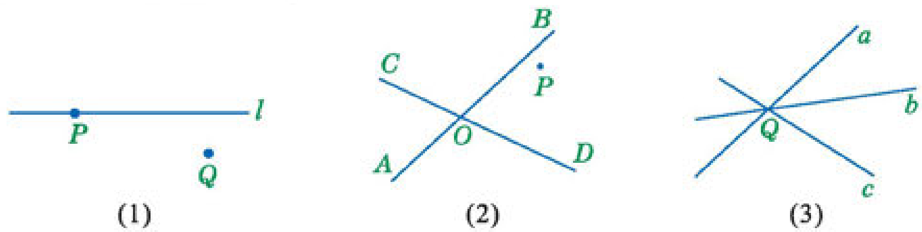
3. 按下列语句画图：

(1) 点 A 在直线 l 上，点 B 和点 C 都在直线 l 外.

(2) 在平面上任意画出 A，B，C 三个点，过点 A，B 画直线 l，说明点 C 和直线 l 的位置关系.

B 组

1. 看图，写出相应的语句.



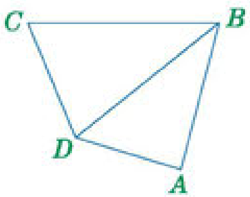
（第 1 题）

2. 按要求画图：

(1) 延长线段 BA，CD 相交于点 E.

(2) 延长线段 AD 交 BC 的延长线于点 F.

(3) 连接 AC 交 BD 于点 G.



（第 2 题）

2.3 线段的长短

图形的大小是研究图形的主要内容之一. 对于两条线段来说，它们的大小关系就表现为长短关系.

大家谈谈

请观察小明、小亮比身高：

比较两名同学的身高，可以有几种比较方法？向大家说说你的想法.

> 比较两名同学的身高，可以看做比较两条线段的长短.

已知线段 AB，CD（图 2－3－1），比较 AB，CD 的长短，有两种方法：

图 2－3－1

方法 1　用刻度尺分别量出 AB，CD 的长度，长度大的线段较长，长度小的线段较短；当长度相等时，两条线段相等.

方法 2　将线段 AB 放到线段 CD 上，使点 A 和点 C 重合，点 B 和点 D 在点 A（点 C）的同侧.

（1）如图 2－3－2，如果点 B 与点 D 重合，就说线段 AB 与 CD 相等，记作 $AB=CD$.

图 2－3－2

（2）如图 2－3－3，如果点 B 在线段 CD 上，

就说线段 AB 小于 CD，记作 $AB<CD$.

（3）如图 2－3－4，如果点 B 在线段 CD 外，就说线段 AB 大于 CD，记作 $AB>CD$.

图 2－3－3

图 2－3－4

我们可按下列步骤，作一条线段等于已知线段.

已知线段

步骤 1

画射线 $A'C$

步骤 2

以点 A' 为圆心，AB 为半径画弧，交射线 $A'C$ 于点 B'.

线段 $A'B'$ 即为所求.

做一做

如图 2－3－5，点 P 在线段 AB 上.

（1）在线段 BA 上截取 $BQ=AP$.

（2）延长 AB 到 D，使 $BD=AP$.

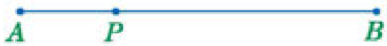
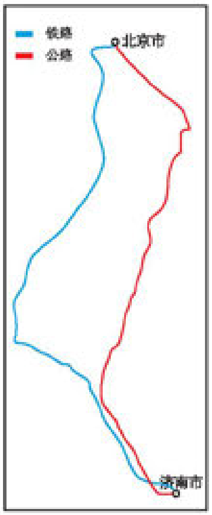


图 2－3－5

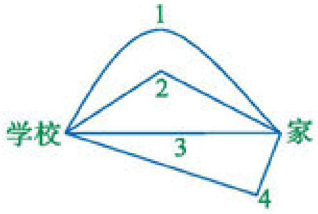


右图所示是从北京到济南的铁路线和公路线. 请在图中画出连接这两个城市的线段. 在这三条线中，哪一条最短？

基本事实　**两点之间的所有连线中，线段最短.**

两点之间线段的长度，叫做两点之间的**距离**(distance).

练 习



如图，小明从家到学校有 4 条路可走.

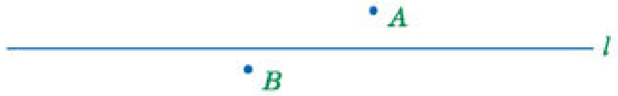
(1) 路程最短的是哪一条？请说明你的理由.

(2) 如果右图比例尺是 1∶100 000，请你算出小明家到学校的实际距离.

习 题

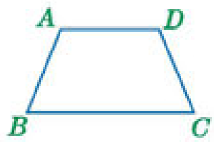
A 组

1. 如图，A，B 两个村庄在一条河 l(不计河的宽度)的两侧. 现要在河上建一座码头，使它到 A，B 两个村庄的距离之和最小. 请你确定码头的位置，在图中用点 C 表示出来，并说明理由.



(第 1 题)

2. 测量并比较线段的长短：如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD=$______cm，$BC=$______cm，AD______BC.



(第 2 题)

B 组

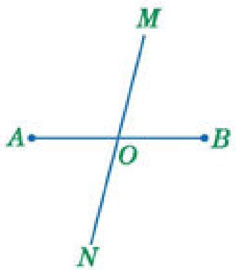
1. 先画出线段 AB.

(1) 在线段 AB 上画出异于点 A，B 的 1 个点，图中共有几条线段？

(2) 在线段 AB 上画出异于点 A，B 的 2 个点，图中共有几条线段？

(3) 在线段 AB 上画出异于点 A，B 的 3 个点，图中共有几条线段？

2. 如图，直线 MN 和线段 AB 相交于点 O，在射线 OM 上取一点 P，画出线段 PA 和 PB，再比较点 P 到点 A 和点 B 的距离的大小. 在射线 ON 上取一点 Q，画出线段 QA 和 QB，再比较点 Q 到点 A 和点 B 的距离的大小.



(第 2 题)

2.4 线段的和与差

两条线段可以比较长短，还可以求出它们的和与差.

一起探究

1. 画线段 $AB=1$ cm，延长 AB 到点 C，使 $BC=1.5$ cm. 你认为线段 AC 和 AB，BC 有怎样的关系？

2. 画线段 $MN=3$ cm，在 MN 上截取线段 $MP=2$ cm. 你认为线段 PN 和 MN，MP 有怎样的关系？

如图 2－4－1，已知两条线段 a 和 b，且 $a>b$. 在直线 l 上画线段 $AB=a$，$BC=b$，则线段 AC 就是线段 a 与 b 的和，即 $AC=a+b$.

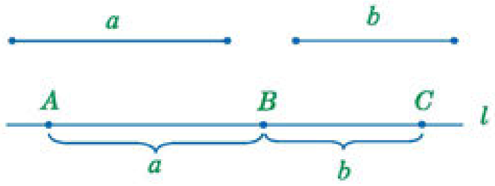


图 2－4－1

如图 2－4－2，在直线 l 上画线段 $AB=a$，在 AB 上画线段 $AD=b$，则线段 DB 就是线段 a 与 b 的差，即 $DB=a-b$.

图 2－4－2

做一做

如图 2－4－3，已知线段 a 和直线 l.

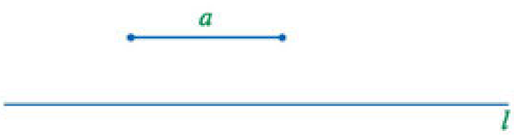


图 2－4－3

(1) 在直线 l 上依次画出线段 $AB=a$，$BC=a$，$CD=a$，$DE=a$.

(2) 根据上述画法填空：$AC=$________AB，$AD=$________AB，$AE=$________AB；$AB=\frac{1}{2}$________，$AB=\frac{1}{3}$________，$AB=\frac{1}{4}$________.

如图 2-4-4，线段 AB 上的一点 M，把线段 AB 分成两条线段 AM 与 MB. 如果 $AM=MB$，那么 M 就叫做线段 AB 的**中点**(median point). 此时，有 $AM=MB=\frac{1}{2}AB$，$AB=2AM=2MB$.

图 2-4-4

例 1 如图 2-4-5，已知线段 a，b.

（1）画出线段 AB，使 $AB=a+2b$.

（2）画出线段 MN，使 $MN=3a-b$.

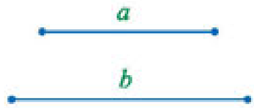


图 2-4-5

解：（1）如图 2-4-6.

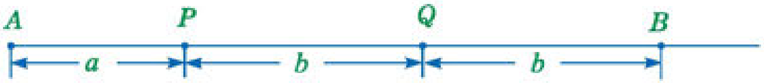


图 2-4-6

线段 $AB=a+2b$.

（2）如图 2-4-7.

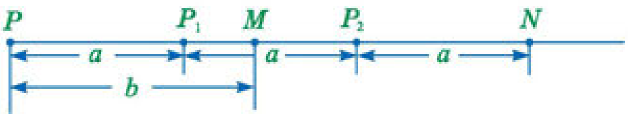


图 2-4-7

线段 $MN=3a-b$.

例 2 如图 2-4-8，如果 $AB=CD$，试说明线段 AC 和 BD 有怎样的关系？

图 2-4-8

解：因为 $AB=CD$，

所以 $AB+BC=CD+BC$.

所以 $AC=BD$.

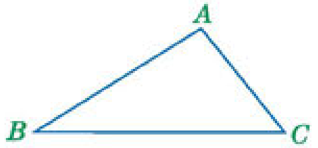
> 在等式的两边分别加上相等的量，等式仍然成立.

练 习

1. 如图，C 是线段 AB 的中点，D 是线段 CB 的中点，DB 与 AC 有怎样的关系？DB 与 AD 有怎样的关系？

（第 1 题）

2. 如图，AB，BC，CA 是$\triangle ABC$ 的三条边. 请画出线段 $MN=AB+AC-BC$. 由此你能得出什么结论？



（第 2 题）

习 题

A 组

1. 画出一条线段 $AB=6.8$ cm，用刻度尺找出它的中点 M，再找出线段 MB 的中点 N，求出线段 AN 的长度.

2. 如图，已知线段 $AB=5$ cm.

（第 2 题）

(1) 延长 AB 到点 C，使 $BC=2.4$ cm.

(2) 找出线段 AC 的中点 O，并求出线段 CO 的长度.

3. 已知线段 a，b，且 $a>b$. 画一条线段，使它的长等于：

(1) $2a-b$；　　(2) $2(a+2b)$.

B 组

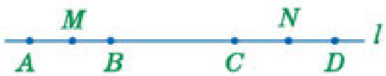
1. 如图，C，D 是线段 AB 上的点，$AD=7$ cm，$CB=7$ cm.

（第 1 题）

(1) 线段 AC 与 DB 相等吗？请说明理由.

(2) 如果 M 是 CD 的中点，那么 M 是 AB 的中点吗？请说明理由.

2. 如图，A，B，C，D 是直线 l 上的四点，M，N 分别是 AB，CD 的中点. 如果 $MN=a$，$BC=b$，求 AD 的长.



（第 2 题）

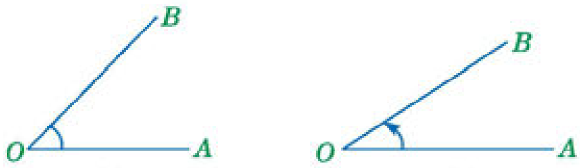
2.5 角以及角的度量

我们对角已经有了初步的了解，现在，我们进一步来认识它.

观察与思考

下面左图是在地面上一点看大楼的底部和顶部的视线示意图，右图是铁路道口栏杆由下向上转动的示意图. 你能指出图中的角吗？这些角是怎样形成的？

从上面的图中可以得到图 2－5－1 所示的几何图形.



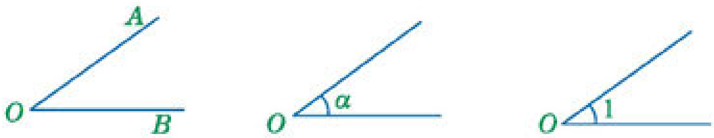
(1)　　(2)

图 2－5－1

有公共端点的两条射线所组成的图形叫做**角**(angle)，这个公共端点叫做角的**顶点**(vertex)，这两条射线叫做角的**边**(side). 如图 2－5－1，点 O 是角的顶点，射线 OA 和 OB 是角的边.

角可以看做一条射线绕着端点旋转到另一个位置所形成的图形.

通常用符号“$\angle$”表示角，具体表示方法如图 2－5－2 所示.



记作 $\angle AOB$ 或 $\angle BOA$ 或 $\angle O$　　记作 $\angle\alpha$　　记作 $\angle 1$

图 2－5－2

> 在不作特别说明的情况下，今后我们说的角都是小于平角的角.

我们知道，可以用“度”（1 度等于周角的$\frac{1}{360}$）来度量角．观察图 2－5－3，可以看出：$\angle AOB=40°$．

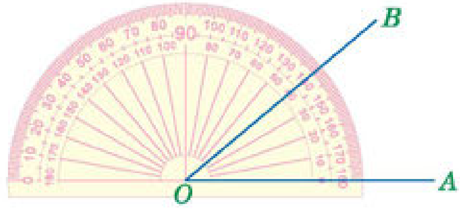


图 2－5－3

先观察图 2－5－4 中的各角，估测各角的度数，再用量角器检验你估测的结果是否准确．

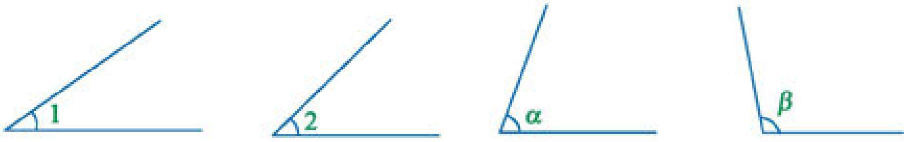


图 2－5－4

为了更精细地度量角，我们引入更小的角的度量单位：分、秒．把 1°的角等分成 60 份，每份叫做 1 分的角，1 分记作 1′；把 1′的角再等分成60 份，每份叫做 1 秒的角，1 秒记作 1″．

$$1°=60',\ 1'=60'';$$

$$1'=\left(\frac{1}{60}\right)°,\ 1''=\left(\frac{1}{60}\right)'.$$

例 1 将 57.32°用度、分、秒表示．

解：先把 0.32°化为分，

$$0.32°=60'\times 0.32=19.2'.$$

再把 0.2′化为秒，

$$0.2'=60''\times 0.2=12''.$$

所以

$$57.32°=57°19'12''.$$

例 2 将 10°6′36″用度表示．

解：先把 36″化为分，

$$36''=\left(\frac{1}{60}\right)'\times 36=0.6',$$

$$6'+0.6'=6.6'.$$

再把 6.6′化为度，

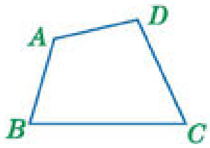
$$6.6'=\left(\frac{1}{60}\right)°\times 6.6=0.11°.$$

所以

$$10°6'36''=10.11°.$$

练习

1. 写出图中各角：



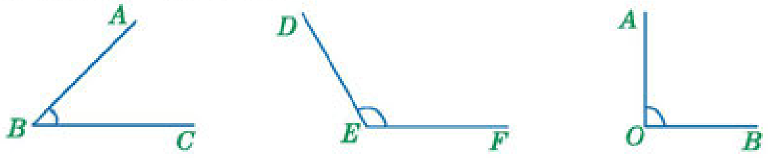
（第 1 题）

2. 填空：

经过 1 h，钟表的时针转过的角度是______，分针转过的角度是______；经过 15 min，分针转过的角度是______，时针转过的角度是______.

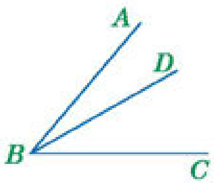
习题

1. 请将下列各角用符号表示出来：

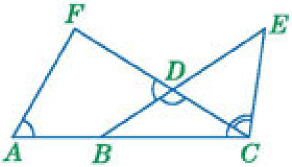


（第 1 题）

2. 如图，请你分别表示出图中的各个角. 当两个或两个以上的角有同一个顶点时，还能用表示顶点的一个大写字母表示角吗？



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，请将图形中标有弧线的角表示出来.

4. 用度、分、秒表示下列各角：

(1) $38.78°$；　(2) $64.23°$；　(3) $\left(\frac{1}{12}\right)^{\circ}$.

5. 用度表示下列各角：

(1) $118°20'42''$；　(2) $50°40'30''$；　(3) $1\,800'$；　(4) $3\,240''$.

2.6 角的大小

线段有长短，角有大小. 本节我们来比较两个角的大小.

如图 2-6-1，直接观察，容易看出三个角中$\angle PQS$最大，而$\angle AOB$与$\angle A'O'B'$的大小关系，只靠观察和估测，就难于准确判断了.

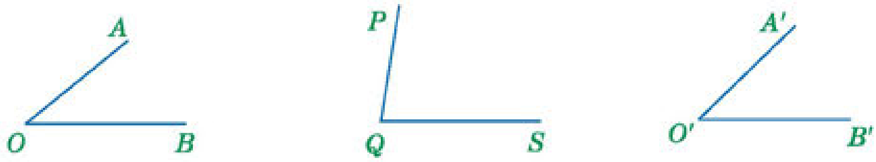


图 2-6-1

一般地，可以分别量出$\angle AOB$和$\angle A'O'B'$的度数. 哪个角的度数较大，哪个角就较大；当度数相等时，两个角相等.

一起探究

将$\angle A'O'B'$叠合到$\angle AOB$上来比较$\angle AOB$和$\angle A'O'B'$的大小，应怎样进行呢？

(1) $\angle A'O'B'$的顶点O'应当放到什么位置？

(2) $\angle A'O'B'$的边$O'B'$应当放到什么位置？

(3) $\angle A'O'B'$的另一边OA'应当放到哪一侧？

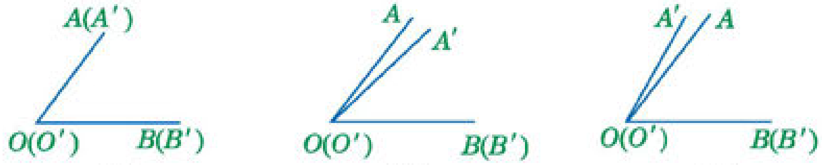
(4) 这时，根据什么情况来判断$\angle A'O'B'$与$\angle AOB$的大小？

类比线段长短的比较，你能比较两个角的大小吗？

把$\angle A'O'B'$叠合在$\angle AOB$上，使顶点O'和顶点O重合，边$O'B'$和边OB重合，边$O'A'$和OA落在重合边的同侧.

(1) 如果$O'A'$与OA重合，如图 2-6-2(1)所示，那么这两个角相等，记作$\angle A'O'B'=\angle AOB$.

(2) 如果$O'A'$落在$\angle AOB$的内部，如图 2-6-2(2)所示，那么$\angle A'O'B'$小于$\angle AOB$，记作$\angle A'O'B'<\angle AOB$.



(1)　　(2)　　(3)

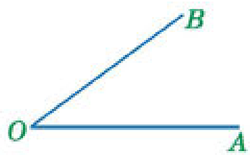
图 2－6－2

（3）如果 $O'A'$ 落在 $\angle AOB$ 的外部，如图 2－6－2（3）所示，那么 $\angle A'O'B'$ 大于 $\angle AOB$，记作 $\angle A'O'B' > \angle AOB$.

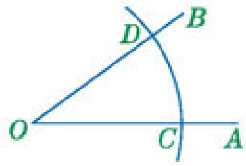
作一个角等于已知角，可以用量角器量出已知角的度数，再画出等于这个度数的角来，还可以用直尺和圆规来作.

做一做

1. 在半透明的纸上，按下列步骤作一个角等于已知角：

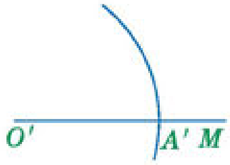


已知角

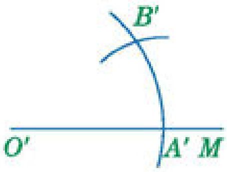


步骤 1：
以点 O 为圆心，以任意长为半径画弧，交 OA 于点 C，交 OB 于点 D.

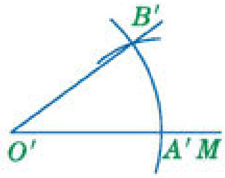
步骤 2：
画射线 $O'M$.



步骤 3：
以点 O' 为圆心，以 OC 为半径画弧，交 $O'M$ 于点 A'.



步骤 4：
以点 A' 为圆心，以 CD 为半径画弧，与已画的弧交于点 B'.



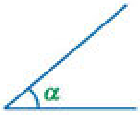
步骤 5：
作射线 $O'B'$.

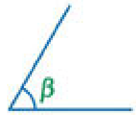
$\angle A'O'B'$ 即为所求.

2. 请你用叠合的方法验证 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

练　习

如图，已知$\angle\alpha$和$\angle\beta$.





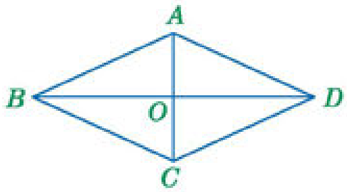
（1）用直尺和圆规作两个角，使它们分别等于$\angle\alpha$和$\angle\beta$(保留作图痕迹).

（2）用两种方法比较这两个角的大小.

习　题

A　组

1. 如图，已知四边形$ABCD$.



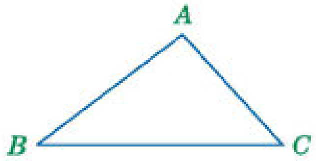
（第1题）

（1）分别测量图中$\angle ABC$，$\angle BCD$，$\angle CDA$，$\angle DAB$的度数，并从中找出相等的角，用“=”表示出来；找出不相等的角，用“>”或“<”表示出来.

（2）分别测量图中$\angle DAO$，$\angle BAO$，$\angle ABO$，$\angle CBO$的度数，并填空：

$\angle DAO$________$\angle BAO$，$\angle ABO$________$\angle CBO$.

2. 如图，已知三角形ABC.



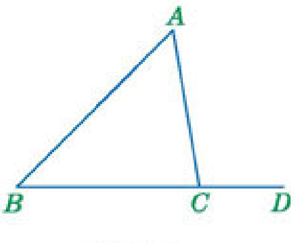
（第2题）

（1）分别测量$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的度数.

（2）用“>”表示出这三个角之间的大小关系.

B　组

1. 如图，D是三角形ABC的边BC延长线上一点，请在$\angle ACD$内部画出$\angle ACE=\angle A$，测量并比较$\angle ECD$和$\angle B$的大小关系.



（第1题）

2. 如图，给出的线段$B'C'$和上题中三角形ABC的边BC相等，请在$B'C'$的上方作出$\angle A'B'C'=\angle ABC$，$\angle A'C'B'=\angle ACB$，设A'为这两个角另一边的交点. 验证三角形$A'B'C'$能否与三角形ABC完全重合.

（第2题）

2.7 角的和与差

角可以比较大小，也可以进行和与差运算.

观察与思考

如图 2-7-1，在$\angle AOB$的内部作射线OC，那么，$\angle AOB$，$\angle AOC$，$\angle COB$之间有如下的关系：

$$\angle AOB=\angle AOC+\angle COB,$$
$$\angle AOC=\angle AOB-\angle COB,$$
$$\angle COB=\angle AOB-\angle AOC.$$

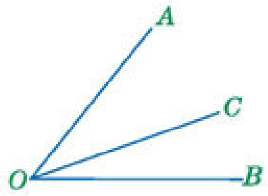


图 2-7-1

这就是用两个角的和或差表示第三个角.

特别地，如果从一个角的顶点引出的一条射线把这个角分成的两个角相等，那么这条射线叫做这个**角的平分线**(angular bisector).

如图 2-7-2，如果$\angle AOP=\angle BOP$，那么射线OP是$\angle AOB$的平分线.

反之，如果射线OP是$\angle AOB$的平分线，那么$\angle AOP=\angle BOP$.

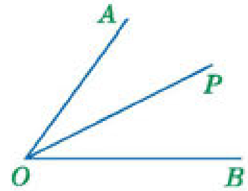


图 2-7-2

做一做

按下列步骤进行操作：

(1) 在半透明的纸上画一个角；

(2) 折纸，使角的两边重合；

(3) 把纸展开，以点O为端点，沿折痕画射线OP(图 2-7-3).

射线OP是$\angle AOB$的平分线吗？说说理由.

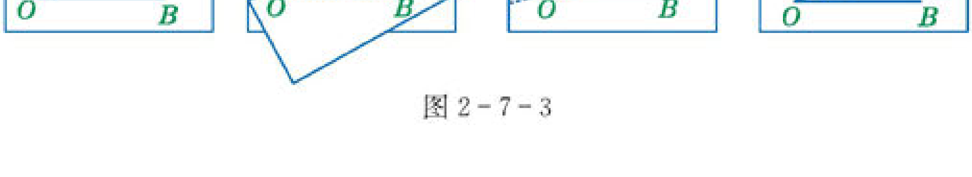


图 2-7-3

一起探究

1. 如图 2-7-4，如果$\angle AOC=\angle DOB$，那么$\angle AOD$与$\angle COB$相等吗？说明理由.

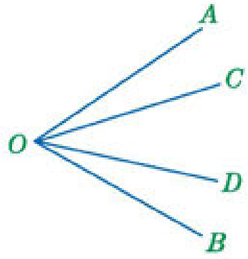


图 2-7-4

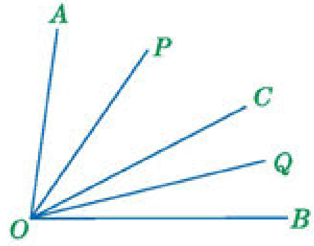


图 2-7-5

2. 如图 2-7-5，如果$\angle AOB=82°$，OP是$\angle AOC$的平分线，OQ是$\angle COB$的平分线，请指明$\angle POQ$的度数，并说明理由.

例 已知$\angle 1=103°24'28''$，$\angle 2=30°54''$，求$\angle 1+\angle 2$和$\angle 1-\angle 2$的度数.

解：$\angle 1+\angle 2=103°24'28''+30°54''$.

$$\begin{array}{rrr} 103° & 24' & 28'' \\ +\ 30° & & 54'' \\ \hline 133° & 24' & 82'' \end{array} \qquad (82''=1'22'')$$

所以 $\angle 1+\angle 2=133°25'22''$.

$\angle 1-\angle 2=103°24'28''-30°54''$.

$$\begin{array}{rrr} 103° & 24' & 28'' \\ -\ 30° & & 54'' \\ \hline 73° & 23' & 34'' \end{array} \qquad (24'28''=23'88'')$$

所以 $\angle 1-\angle 2=73°23'34''$.

已知$\angle\alpha$和$\angle\beta$.

如果$\angle\alpha+\angle\beta=90°$，那么我们就称$\angle\alpha$与$\angle\beta$**互为余角**(complementary angles)，简称**互余**. 其中，$\angle\alpha$($\angle\beta$)叫做$\angle\beta$($\angle\alpha$)的**余角**(complement of an angle).

如果$\angle\alpha+\angle\beta=180°$，那么我们就称这两个角**互为补角**(supplementary angles)，简称**互补**．其中，$\angle\alpha$($\angle\beta$)叫做$\angle\beta$($\angle\alpha$)的**补角**(supplement of an angle)．

做一做

1．如果$\angle\alpha=46°$，那么它的余角是多少度，它的补角是多少度？

2．(1) 如图 2－7－6(1)，$\angle AOB=90°$．写出图中互为余角的角．

(2) 如图 2－7－6(2)，$\angle DSE=180°$．写出图中互为补角的角．

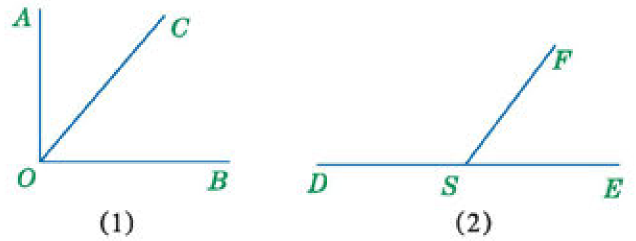


图 2－7－6

> 像图 2－7－6(2)中$\angle DSF$与$\angle FSE$所具有的位置关系和数量关系的两个角，我们称之为邻补角．

大家谈谈

1．如果$\angle 1$和$\angle 2$都是$\angle\alpha$的余角，那么$\angle 1$和$\angle 2$相等吗？

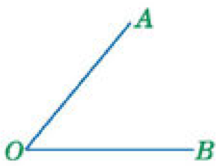
2．如果$\angle 3$和$\angle 4$都是$\angle\beta$的补角，那么$\angle 3$和$\angle 4$相等吗？

说明你的理由，并和同伴进行交流．

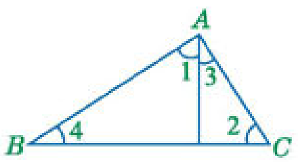
同角(或等角)的余角相等，同角(或等角)的补角相等．

练　习

1．如图，请你用量角器和直尺画出$\angle AOB$的一个余角和补角．



(第 1 题)



(第 2 题)

2．如图，已知$\angle 1+\angle 3=90°$，$\angle 2+\angle 3=90°$，$\angle 1+\angle 4=90°$，在$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$，$\angle 4$中找出相等的角，并试着说明理由．

习 题

A 组

1. 计算：

(1) $98°45'+2°35'$； (2) $108°18'-52°28'$； (3) $180°-(48°+72°)$.

2. 填空：

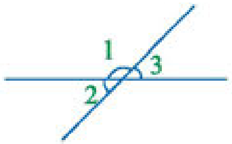
(1) $61°40'$的余角等于________.

(2) $35°20'$的补角等于________.

3. 已知$\angle 1$与$\angle 2$互余，$\angle 3$与$\angle 4$互余. 如果$\angle 1=\angle 3$，那么$\angle 2$与$\angle 4$相等吗？试着说明理由.

B 组

1. (1) 如图，已知$\angle 1$与$\angle 2$互补，$\angle 1$与$\angle 3$互补. $\angle 2$与$\angle 3$有什么关系？试着说说理由.



(第1(1)题)

(第1(2)题)

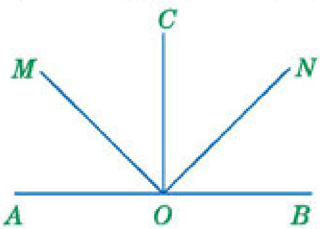
(2) 如图，已知$\angle 1$与$\angle 2$互补，$\angle 3$与$\angle 4$互补. 如果$\angle 1=\angle 3$，那么$\angle 2$与$\angle 4$有什么关系？试着说说理由.

2. 如图，已知$\angle AOB=180°$，OM是$\angle AOC$的平分线，ON是$\angle COB$的平分线.

(1) 指出图中所有互为补角的角.

(2) 求$\angle MON$的度数.

(3) 指出图中所有互为余角的角，并说明理由.



(第2题)

2.8 平面图形的旋转

射线绕其端点旋转，可形成角．这使我们联想到在小学学过的“图形旋转”．

观察与思考

钟表的指针及风力发电机的叶片在做什么样的运动？

如图 2－8－1，$\angle AOB$ 可以看做由射线 OA 绕端点 O 按逆时针方向旋转到 OB 位置所形成的．OA 叫做$\angle AOB$ 的始边，OB 叫做$\angle AOB$ 的终边．

如图 2－8－2，线段 AB 绕点 O 按顺时针方向旋转到 CD 的位置．

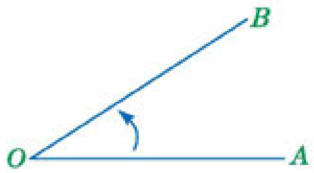


图 2－8－1

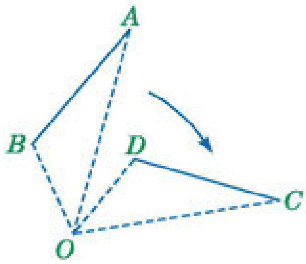


图 2－8－2

像这样，在平面内，一个图形绕一个定点沿某个方向转过一个角度，这样的图形运动叫做**旋转**(rotation)．这个定点叫做**旋转中心**(centre of rotation)，转过的这个角叫做**旋转角**(angle of rotation)．

如图 2－8－2，线段 AB 绕点 O 旋转后成为线段 CD．点 A 与点 C 叫做对应点，点 B 与点 D 也是对应点，线段 AB 与 CD 叫做对应线段．

一起探究

1. 如图 2-8-3，已知 A，B 是射线 OM 上的两点，且 $OA=1$ cm，$OB=2.5$ cm.

(1) 当 OM 旋转到 ON 位置时，点 A，B 分别旋转到点 A'，B'的位置，请画出点 A'，B'.

(2) OA 和 OA'，OB 和 OB'分别有怎样的数量关系？

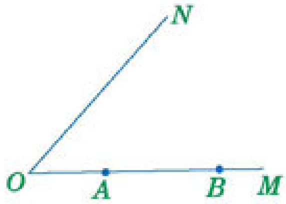


图 2-8-3

2. 如图 2-8-4，三角形 AOB 绕点 O 按顺时针方向旋转后得到三角形 COD，E 是线段 BA 上一点.

(1) 对应线段 OB 与 OD，OA 与 OC，AB 与 CD 分别相等吗？

(2) $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 相等吗？

(3) 画出点 E 的对应点 F.

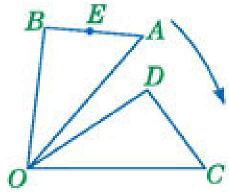


图 2-8-4

事实上，我们有：

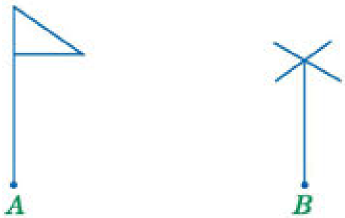
在平面内，一个图形旋转后得到的图形与原来的图形之间有如下结果：对应点到旋转中心的距离相等；每对对应点与旋转中心连线所成的角都是相等的角，它们都等于旋转角.

练　习

1. 请指出时钟的分针由 8 时 10 分的位置转到 8 时 40 分的位置所旋转的角度，并指出旋转中心.

2. (1) 画出(1)中的图形绕点 A 按逆时针方向旋转 90°后的图形.

(2) 画出(2)中的图形绕点 B 按顺时针方向旋转 60°后的图形.



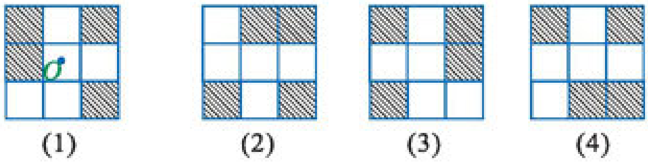
(1)　　(2)

（第 2 题）

习 题

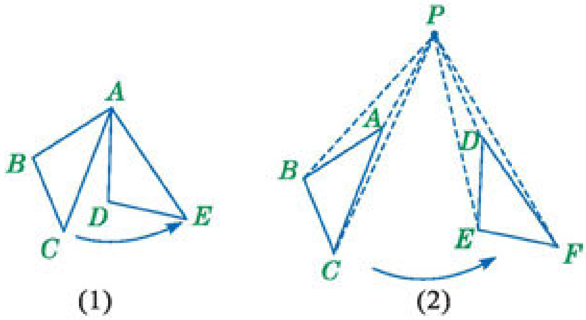
A 组

1. 如图，指出图形(2)，(3)，(4)中哪个是由图形(1)绕点 O 旋转后得到的.



（第 1 题）

2. 下面两个图表示的是图形旋转前后的位置. 请分别指出旋转中心，并量出旋转角的度数.



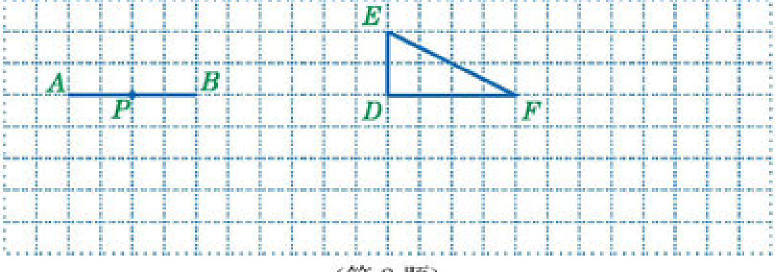
（第 2 题）

B 组

1. 先任意画一个等边三角形，再分别画出这个三角形绕它的一个顶点，按逆时针方向旋转下列度数后的图形：

(1) 30°； (2) 45°； (3) 60°； (4) 90°； (5) 180°.

2. 如图，网格图中每一小格的边长为 1 个单位长度. 请分别画出线段 AB 绕点 P 和三角形 DEF 绕点 D，按顺时针方向旋转 90°后的图形.



（第 2 题）

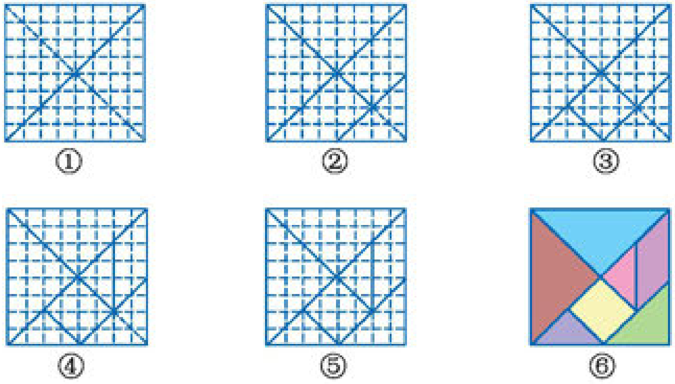
数学活动

七 巧 板

七巧板是由七个几何图形制成的模板，可以用来拼凑各种巧妙的图案．用七巧板拼图是起源于我国宋朝的一种智力游戏．

活动一：制作七巧板

准备一张 8×8 的正方形网格硬纸板，按下面图示中①至⑥的步骤画线、着色，再沿线剪开，自己动手制作的一副七巧板就完成了．

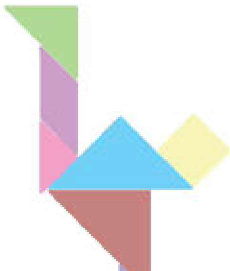


活动二：用七巧板拼图

1. 模仿拼图：仿照下列图示动手拼图．


可爱的小猫


活动的老人


昂首的天鹅

2. 想象拼图：凭自己的想象，拼出喜欢的图案．

回顾与反思

一、知识结构

- 线段
  - 线段和射线、直线的关系
  - 线段长短的比较
  - 两点间所有连线中线段最短
- 角
  - 角的度量
  - 角大小的比较
  - 角的运算
    - 两角的和
    - 两角的差
  - 两角互余、互补
    - 同角（或等角）的余角相等
    - 同角（或等角）的补角相等
- 线段长短的比较、角大小的比较
  - 估测的方法
  - 度量的方法
  - 叠合的方法
- 图形的旋转
  - 对应点到旋转中心的距离相等
  - 每对对应点与旋转中心的连线所成的角都等于旋转角

二、总结与反思

1. 当我们只关注物体的形状、大小和它们的位置关系时，就抽象出了几何图形. 几何图形包括立体图形和平面图形.

2. 在本章中，我们经历了大量从现实生活抽象出几何图形的活动，如从地图上找出表示指定城市的点，用线段表示两城市之间的距离等. 请你再从现实生活中找出表示点、线、面的例子，并各举三例.

3. 点是最基本的几何图形，常用它表示物体的位置. 线也是最基本的几何图形. 射线和直线可以看做由线段向一方或两方无限延伸得到的；另一

方面，射线和线段也可以看做直线的一部分.

4. 两条基本事实：两点确定一条直线；两点之间线段最短.

5. 两角互余和两角互补，是两角之间的特殊数量关系，无论在实际问题中还是在以后的几何学习中，它们都有着广泛的应用.

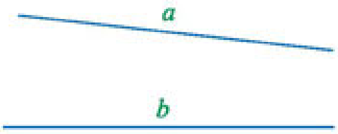
6. 在比较线段长短时，常用的方法有________________.

7. 角的度量单位是________，这种度量制是以________为进率的. 表示角的方法有____.

8. 在比较角的大小时，常用的方法有_____________________________.

三、注意事项

1. 我们画出的射线、直线都是有限的部分，但必须想象它们是向一方或两方无限延伸的. 如图中的直线 a，b，它们实际上是相交的.



2. 当两个或两个以上的角有同一个顶点时，不能只用表示顶点的一个字母来表示其中的一个角，否则会产生混乱.

3. “同角(或等角)的余角相等”与“同角(或等角)的补角相等”，是沟通角的相等关系的重要途径，今后会经常用到.

复 习 题

A 组

1. 如图，直线 a 上有四点 A，B，C，D. 图中共有几条线段？图中共有几条射线？

(第 1 题)

2. 根据第 1 题的图，填出符合下列等式的线段：

$AC-BC=$__________；　　$AC+CD=$__________；

$DB-CB=$__________；　　$BC+CD=$__________.

3. 平面内，点 A，B，C 在同一条直线上，点 D 不在这条直线上，过每两点画一条直线，共有多少条不同的直线？在画出的图中，由以上四点中的任意两点为端点的线段共有多少条？

4. 按下列要求画图：

(1) 点 P 在直线 l 上，点 A 在直线 l 外，过点 A 的直线 m 交直线 l 于点 P.

(2) 画射线 OA，在射线 OA 上截取 $OP=3$ cm.

(3) 利用一副三角尺分别画出 15°，75°，135°的角.

5. 已知$\angle A=36^\circ45'$，求：

(1) $\angle A$ 的余角的度数和$\angle A$ 的补角的度数.

(2) $\angle A$ 的余角的补角的度数.

6. 一个角的补角是锐角，那么这个角一定是锐角吗？一定是钝角吗？说明理由.

7. 按下列要求作图：

(1) 已知点 A，B，连接 AB，并延长 BA 到点 P，使 $AP=2.5$ cm.

(2) 先用量角器画一个 80°的角，再用直尺和圆规作一个与它相等的角.

8. 计算：

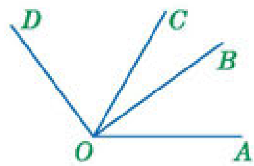
(1) $49.9^\circ=$______$^\circ$______$'$；

(2) $25^\circ42'=$______$^\circ$；

(3) $18^\circ46'55''+27^\circ17'24''=$__________；

(4) $100^\circ2'33''-14^\circ14'53''=$__________.

9. 如图，填出符合下列等式的角：



(第 9 题)

(1) $\angle AOB+\angle BOC=$______；

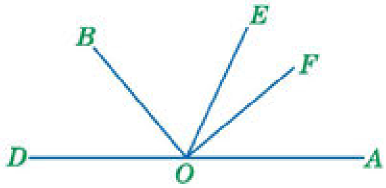
(2) $\angle BOC=\angle BOD-$______；

(3) $\angle AOD=\angle AOB+\angle COD+$______；

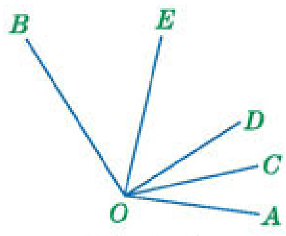
(4) $\angle DOB=\angle DOA-\angle COA+$______.

10. 已知线段 $AB=6$ cm，C 是 AB 的中点，点 D 在 AC 上，且 $CD=2AD$，E 是 BC 的中点. 求线段 DE 的长.

11. 如图，O 为直线 DA 上一点，$\angle AOB=130^\circ$，OE 是$\angle AOB$ 的平分线，$\angle FOB=90^\circ$，求$\angle AOF$ 和$\angle FOE$ 的度数.



(第 11 题)



(第 12 题)

12. 如图，OC 是$\angle AOD$ 的平分线，OE 是$\angle BOD$ 的平分线，$\angle AOB=130^\circ$.

(1) 求$\angle COE$ 的度数.

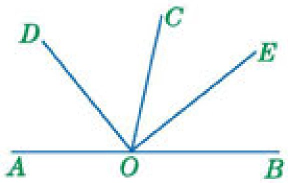
(2) 如果$\angle COD=20^\circ$，求$\angle BOE$ 的度数.

B 组

1. $\angle A$ 的余角与它的补角的和为 162°，求 $\angle A$ 的度数.

2. 如图，已知 $\angle 1$ 与 $\angle 2$. 画一个角，使它等于 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的差；再画一个角，使它等于 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和.

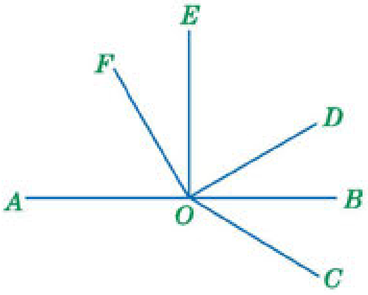
（第 2 题）



（第 3 题）

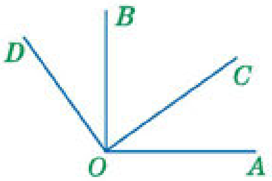
3. 如图，点 O 在直线 AB 上，OD 是 $\angle AOC$ 的平分线，OE 是 $\angle COB$ 的平分线.
   (1) 求 $\angle DOE$ 的度数.
   (2) 如果 $\angle AOD = 51^\circ 17'$，求 $\angle BOE$ 的度数.

4. 如图，AB 是直线，O 是 AB 上一点，$\angle AOE = 90^\circ$，$\angle FOD = 90^\circ$，OB 平分 $\angle DOC$. 图中与 $\angle DOE$ 互余的角有哪些？与 $\angle COB$ 互补的角有哪些？

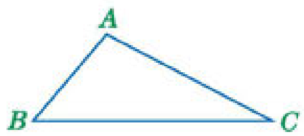


（第 4 题）

5. 如图，如果 $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$，那么 $\angle DOB = \angle COA$ 吗？为什么？



（第 5 题）

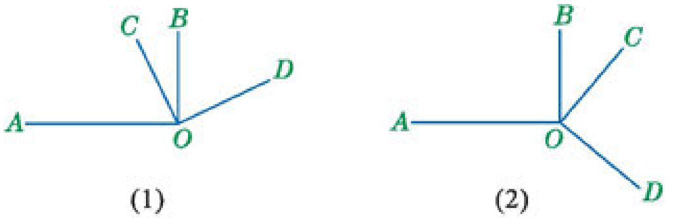


（第 6 题）

6. 如图，已知 $BC > AB$，先按要求画图，然后比较线段的长短.
   (1) 延长 BA 到点 D，使 $AD = AC$，比较 BD 和 BC 的长短，并说明理由.
   (2) 在 BC 上截取 $BE = AB$，比较 EC 和 AC 的长短，并说明理由.

7. (1) 如图(1)，$\angle AOB$ 和 $\angle COD$ 都是直角，请你指出 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 之间的数量关系，并说明理由.

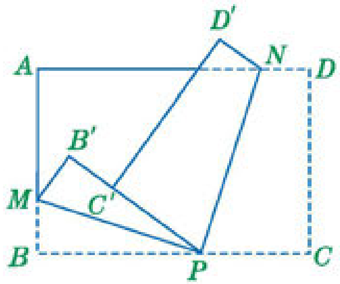
(2) 当 $\angle COD$ 绕点 O 旋转到如图(2)所示的位置时，你的上述结论还成立吗？说明理由.



(第 7 题)

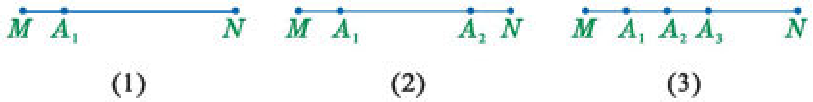
C 组

1. 如图，将长方形纸片沿 MP 和 NP 折叠成图示的形状，PB' 和 PC' 重合，这时，$\angle MPN$ 的度数是多少？为什么？



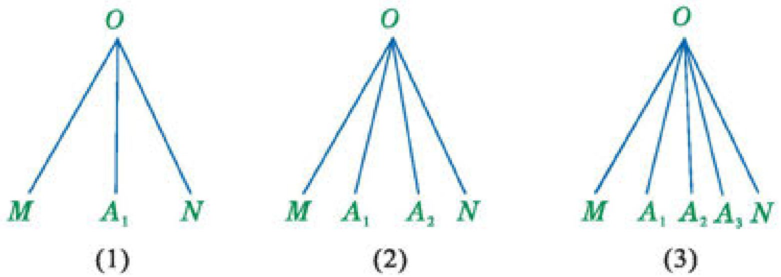
(第 1 题)

2. (1) 如图，已知线段 MN，在 MN 上逐一画点. 数一数，图(1)中有几条线段？图(2)中有几条线段？图(3)中有几条线段？当线段上有 $(n+1)$ 个不相同的点时，共有多少条线段？



(第 2(1)题)

(2) 如图，已知 $\angle MON$，在 $\angle MON$ 内逐一画射线. 图(1)，(2)，(3)中分别有多少个角(不大于平角)？当 $\angle MON$ 内有 $(n+1)$ 条射线时，共有多少个角？



（第 2(2)题）

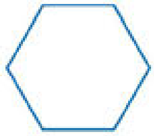
(3) 小亮在解答(2)题时，在上面的各图中画一条直线和各射线相交，从而将(2)题变成了与(1)题中相应的问题予以考虑和解决．你认为这样做可以吗？

3. 画一张你所在学校的平面图，在图上用点标出教学楼、办公楼、图书馆、学生宿舍楼、食堂、篮球场、学校大门等的位置．将表示教学楼的点与表示各建筑物的点连线．

(1) 对图中出现的各角进行测量．

(2) 任意选出两个角，计算它们的和与差．

4. 请你先设计出两种方案，使图中所示的正六边形绕一点旋转一个角度后能与自身重合；再用一张半透明的薄纸描出图中的正六边形，验证你的设计方案．



（第 4 题）

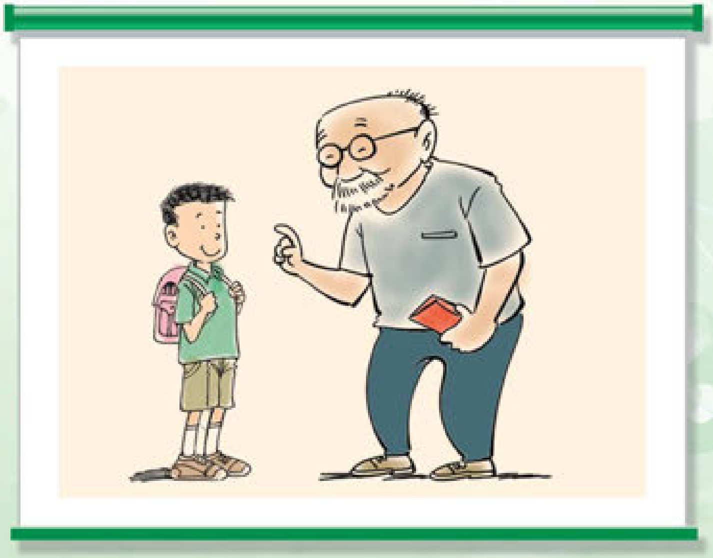
第三章

代 数 式

在本章中，我们将学习

- 用字母表示数
- 代数式
- 代数式的值

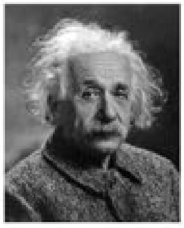
代数式在现实生活中的应用非常广泛．如存款问题：爷爷在银行按1年定期存了a元钱，存款时的1年定期存款年利率是3.50%．到期后，爷爷取出的本息共为p元．怎样写出用a表示p的式子？



3.1 用字母表示数

用字母表示数，不仅是学习数量表示和数量之间关系的需要，而且是整个代数研究的基础.

科学家爱因斯坦上小学时，在一次数学课中，发现了下列的等式：



$$1+2=2+1,$$

$$3.5+5.6=5.6+3.5,$$

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}.$$

他认为，这是数的运算的一个重要规律，于是就把这个规律告诉了他的老师和同学，得到了大家的赞赏.

大家谈谈

1. 你发现这个规律了吗？能把这个规律用简明的方法表示出来吗？

2. 请用字母表示数的加法结合律和乘法的运算律，并把你的想法和做法与同学交流.

爱因斯坦发现的这个规律，就是加法交换律：

$$a+b=b+a(a，b\text{ 表示任意数}).$$

做一做

在 100 米短跑测试中，小帆、大林和小明所用的时间如下表：

			
姓名	小帆	大林	小明
成绩/s	16	14.5	15.2
速度/(m/s)			

（1）请你算出他们每人 100 米短跑的速度，并将计算结果填入表中.

（2）写出计算速度时所用的公式.

（3）这个公式能用来计算汽车、轮船、飞机在某段匀速行驶过程中的速度吗？

如果用 s 表示路程，t 表示所用时间，v 表示速度，那么这个公式就是

$$v=\frac{s}{t}.$$

用字母表示数、数量关系以及数学事实，不仅形式简单，而且具有一般性，还便于交流.

一起探究

观察自然数

0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12，…

（1）请用字母表示偶数和奇数.

（2）两个偶数之和是什么数？提出猜想，并用字母表示数的方法说明这个猜想是正确的.

事实上，偶数用字母可以表示为 $2m$（m 为自然数），奇数用字母可以表示为 $2m+1$（m 为自然数）.

两个偶数 $2m$，$2n$（m，n 为自然数）的和，用字母可以表示为 $2m+2n=2(m+n)$（m，n 为自然数）. 这个数仍是偶数.

做一做

用字母表示数，说明：

（1）任意两个奇数之和是偶数.

（2）如果 m 是正整数，那么与 m 相邻的两个自然数之和是偶数.

练　习

填空：

（1）一箱苹果的质量约为 15 kg，a 箱苹果质量约为________ kg.

（2）将边长为 a 的正方形的一组对边的长度各增加 1，另一组对边的长

度不变，那么，所得到的长方形的周长是________，长方形与正方形的面积之差是________.

(3) 一把椅子的价格是 a 元，一张课桌的价格比一把椅子多 b 元，一张课桌的价格是________元.

习题

A 组

1. 填空：

(1) 温度由 -6 ℃上升了 t ℃，上升后的温度是________℃.

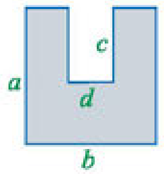
(2) 某种书定价是 8 元，购买 a 本这种书需要________元.

(3) 一个两位数，十位数字是 a，个位数字是 b，这个两位数可以表示为________.

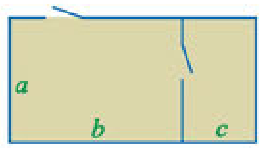
(4) 两个数的和为 25，如果其中的一个数为 a，那么另一个数为________.

(5) 大林出生时爸爸 29 岁，妈妈比爸爸小 3 岁. 大林 a 岁时，爸爸________岁，妈妈________岁.

2. 如图，写出阴影部分的面积.



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图，这是一个套间房的平面示意图. 请你用两种不同的方法表示这个套间房的面积.

B 组

1. 一个四位数，千位数字是 7，如果把这个数字移到个位，就得到一个新的四位数. 请设一个字母，分别把这两个四位数表示出来.

2. 用字母表示数，试说明：任意两个连续奇数之和都是 4 的倍数.

3.2 代数式

用字母表示数后，现实世界中的数量和数量之间的关系可以用含字母的式子来表示，于是产生了代数式.

> 单独一个数或一个表示数的字母也叫代数式.

在前面的学习中，我们遇到了像 $a+b$，$\frac{s}{t}$，$b+28$，$5m$，πr^2，a，$a(1+8\%)$，20 等用运算符号连接数和字母组成的式子，我们把这样的式子叫做**代数式**(algebraic expression). 如等式

$$a+b=b+a，a(b+c)=ab+ac，v=\frac{s}{t}$$

的两边都是一个代数式.

例 1 指出下列各代数式的意义：

(1) $2a+5$；　　(2) $2(a+5)$；

(3) a^2+b^2；　　(4) $(a+b)^2$.

解：(1) $2a+5$ 表示的是 a 的 2 倍与 5 的和.

(2) $2(a+5)$表示的是 a 与 5 的和的 2 倍.

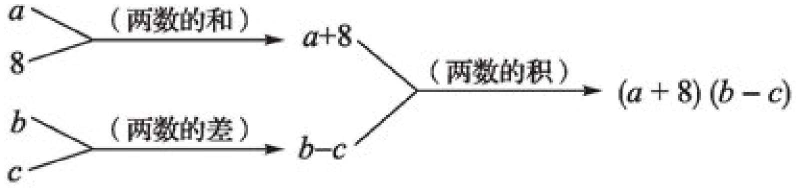
(3) a^2+b^2表示的是 a 的平方与 b 的平方的和.

(4) $(a+b)^2$表示的是 a 与 b 的和的平方.

试着做做

用代数式表示“a，8 两数之和与 b，c 两数之差的积”.

可按下面的步骤列代数式：



做一做

请你用代数式表示：

（1）a，b 两数之积与$\frac{2}{3}$的和.

（2）a 与比 a 大 2 的数的积.

（3）a，b 两数和的平方与它们的积的差.

例 2 用代数式表示：

（1）a 与 b 的差与 c 的平方的和.

（2）百位数字是 a，十位数字是 b，个位数字是 c 的三位数.

（3）三个连续的整数(用同一个字母表示)，以及它们的和.

解：（1）$(a-b)+c^2$.

（2）$100a+10b+c$(其中，a，b，c 是 0 到 9 之间的整数，且 $a\neq 0$).

（3）设 m 是整数，三个连续整数可表示为 $m-1$，m，$m+1$. 它们的和为$(m-1)+m+(m+1)$.

在代数式中，字母与数或字母与字母相乘时，通常把乘号写作“·”或省略不写. 如 $2\times a$ 写作 $2\cdot a$ 或 $2a$，$a\times b$ 写作 $a\cdot b$ 或 ab.

除法运算一般以分数的形式表示. 如 $s\div t$ 写作$\frac{s}{t}(t\neq 0)$.

练　习

1. 指出下列各代数式的意义：

（1）a^2+2；

（2）$a(b+1)-1$.

2. 用代数式表示：

（1）a，b 两数的差与 c 的积.

（2）x，y 两数和的平方减去它们的差的平方.

（3）一个数等于 a 的 3 倍与 b 的和.

习 题

A 组

1. 指出下列各代数式的意义：

(1) $3a+2b$；　　(2) $3(a+2b)$；

(3) $\frac{a-b}{c}$；　　(4) $a-\frac{b}{c}$.

2. 用代数式表示：

(1) a 的 3 倍与 4 的和的一半.

(2) x 的平方与 x 的$\frac{1}{2}$的和.

(3) a 的$\frac{1}{2}$与 b 的 3 倍的差.

(4) a，b 两数的积与这两数的和的积.

(5) 比 a 与 b 的和大 18 的数.

(6) 比 a 的 2 倍与 b 的差小 6 的数.

3. 填空：

(1) 大华身高为 a cm，小亮身高为 b cm，他们的平均身高为______ cm.

(2) 一个长方形的面积为 S. 如果它的长为 a，那么宽为________.

(3) 七年级共有 x 名同学，男生占 51%，女生的人数是________名.

(4) 小红每分钟走 a m，小亮每分钟比小红多走 8 m. 用小红走 b m 路程所用的时间，小亮能走的路程是________ m.

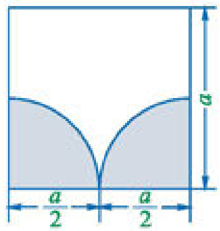
4. 用代数式表示：

(1) 三角形的一边长为 a，这条边上的高等于这条边长的$\frac{1}{3}$. 写出这个三角形的面积.

(2) 某型号汽车降价 10%以后的价格为 a 元/辆，降价前的价格是多少？

(3) 长方体的长、宽、高分别为 a，b，c，写出它的表面积和体积.

(4) 如图，在边长为 a 的正方形一边裁去两个半径为$\frac{a}{2}$的四分之一圆（阴影部分），写出剩下的图形的周长.



（第 4(4)题）

B 组

1. 小明做了一个实验，把黄豆育成豆芽后，质量是原来质量的 7.5 倍. 现有黄豆x kg，育成豆芽后有多少千克？如果想得到豆芽 y kg，那么需要黄豆多少千克？
2. 用化肥若干千克给一块麦田追肥，如果每公顷施肥 600 kg，那么缺少 1 700 kg；如果每公顷施肥 500 kg，那么余出 300 kg. 设麦田共有 a 公顷，请用两种方法表示出化肥的数量.

一起探究

1. 如图 3－2－1 所示，已知装满油时，桶和油的质量一共是 a kg；当油用去一半时，桶和油的质量一共是b kg. 当桶里装满油时，设油的质量为 c kg.

(1) 当桶里装满油时，写出表示桶的质量的代数式.

(2) 当油用去一半时，写出表示桶的质量的代数式.

图 3－2－1

2. 已知参加甲、乙两地植树的同学分别为 52 人和 23 人，现从甲、乙两地共抽调 12 人到丙地植树. 如果从甲地抽调 x 人，那么抽调后，甲、乙两地各剩下多少人？

将表示甲、乙两地剩下人数的代数式填入下表.

	原来人数/人	抽调人数/人	剩下人数/人
甲地	52	x	
乙地	23	$12-x$	

做一做

填空：

（1）如果汽车以 85 km/h 的速度在高速公路上匀速行驶，那么 x h 行驶的路程为________ km.

（2）如果某工程队平均每天修路 0.8 km，那么 x 天可以修路________km.

（3）如果一套学生桌椅的价钱是 380 元，那么买 x 套这种学生桌椅需要________元.

（4）如果某期 5 年期国债的年利率是 5.6%，小颖的爷爷买了这期国债 x 元，那么到期后可得利息________元，本息共为________元.

（5）如果一项工程要求 30 天完成，那么 x 天后完成了工程量的________.

上面列出的这些代数式都具有 kx 的形式．请你再举出两个类似的例子.

练　习

1．填空：

（1）已知一批小麦的出粉率是 85%．a kg 小麦可磨出面粉________ kg．要磨出面粉 b kg，需要小麦________ kg.

（2）一个两位的自然数，十位上的数与个位上的数的和为 9.

①如果设十位数字为 a，那么这个数可以表示为________.

②如果设个位数字为 b，那么这个数可以表示为________.

2．甲、乙两个口袋分别装有 a kg 和 b kg($a>b$)的大豆．要想使两个口袋装的大豆一样多，应从甲袋向乙袋倒入多少千克大豆？

习　题

A 组

1．已知今年弟弟的年龄恰是哥哥年龄的$\frac{1}{2}$．设哥哥今年的年龄是 y 岁，则 9 年后哥哥的年龄是________岁，弟弟的年龄是________岁.

2. a 箱橘子的质量共为 m kg，3 箱橘子的质量为________ kg.

3. 一个图书馆参加了防火保险，每年的保险费率是 0.4%. 如果该图书馆的投保价值是 x 万元，那么投保 6 年，应交保险费多少万元？

4. 甲、乙两仓库共有大米 50 t，从甲库取出$\frac{1}{10}$，从乙库取出$\frac{2}{5}$. 如果设甲仓库原有大米 x t，那么如上取出之后，甲、乙两库各剩大米多少吨？

B 组

1. 一个两位数，个位上的数与十位上的数之和为 10，交换这两个数字的位置所得新数比原两位数大 36. 如果设原两位数十位上的数字为 x，那么原两位数可表示为________，新两位数可表示为________.

2. 某商品标价为 1 375 元，打八折(按标价的 80%)售出，仍可获利 10%. 设该商品的进价是 x 元，分别写出用两种方法表示实际售价的代数式.

一起探究

经过练习，小亮和大华的打字速度都有了提高，小亮的打字速度达到80 个/分，大华比小亮每分钟多打 10 个字.

(1) 小亮和大华 a min 分别能打多少个字？

(2) b min 大华比小亮多打多少个字？

(3) 将同为 c 个字的两篇文章分别交给小亮和大华打，如果要求他们同时完成任务，那么小亮比大华要提前多少分钟开始打字？

(4) 根据以上问题情境，请你自己提出一个问题并解决.

问题中涉及三个基本的量：打字速度、时间、打字的个数. 这些量之间具有怎样的关系？

对每个问题，要表示的是哪个量，用哪些量来表示，怎样表示？

对于上面的问题，可以这样思考和解答：

(1) 小亮 a min 打的字数就等于 80 与 a 的积，即 $80a$ 个字；大华 a min 打的字数就等于$(80+10)$与 a 的积，即 $90a$ 个字.

(2) b min 大华比小亮多打的字数就等于 b 与 10 的积，即 $10b$ 个字.

(3) 求小亮要比大华提前多少分钟开始打字，就是求小亮打 c 个字比大华打 c 个字多用的时间，也就是求“c 除以 80 的商与 c 除以(80+10)的商的差”，即 $\left(\frac{c}{80}-\frac{c}{80+10}\right)$ min.

例 3 从 A 地乘火车到北京，普通票价格为 40 元/人，学生票价格为20 元/人. 星期日，A 地育才学校组织部分师生到天安门广场观看升旗仪式.

(1) 如果有教师 14 人，学生 180 人，那么买单程火车票共需多少元?

(2) 如果有教师 x 人，学生 y 人，那么买单程火车票共需多少元?

(3) 如果教师人数恰好是学生人数的 $\frac{1}{12}$，将教师的人数或学生的人数用字母表示，那么买单程火车票共需要多少元?

解：(1) $40\times14+20\times180=4\ 160$(元).

(2) $(40x+20y)$元.

(3) 如果设教师有 x 人，那么学生有 $12x$ 人，买单程车票共需 $(40x+20\times12x)$元；如果设学生有 y 人，那么教师有 $\frac{y}{12}$ 人，买单程车票共需 $\left(40\times\frac{y}{12}+20y\right)$元，即 $\left(\frac{10}{3}y+20y\right)$元.

做一做

1. 已知甲、乙、丙三个数的比为 1∶2∶3. 如果设甲数为 x，请表示出甲、乙两数的和减去丙数后的差；如果设丙数为 z，请表示出甲、丙两数的和减去乙数后的差.

2. 为了预防流感，某校积极进行校园环境消毒，购买了甲、乙两种消毒液共 100 瓶，其中甲种 6 元/瓶，乙种 9 元/瓶. 如果设甲种消毒液购买了 x 瓶，那么购买这两种消毒液共花了多少元?

练 习

某化肥厂 10 月份的产量比 9 月份增长了 5%.

(1) 如果设 9 月份的产量为 a 吨，那么 10 月份的产量为________吨.

(2) 如果设 10 月份的产量为 b 吨，那么 9 月份的产量为________吨.

(3) 如果设 9 月份的产量为 a 吨，那么 10 月份的产量比 9 月份的产量实际增加了________吨.

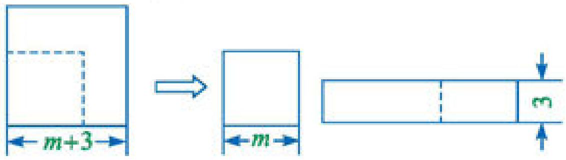
习 题

A 组

1. 用几辆相同载重量的卡车装运 a 个集装箱，每辆卡车装载 4 个集装箱后，还剩下 3 个集装箱. 请用 a 表示卡车的数量.
2. x 和 y 都是两位数. 现在把 y 写在 x 的右面组成一个四位数，请用 x 和 y 表示出这个四位数.
3. 某种商品的进价是 a 元，商场标出的售价比进价提高 30%，后又按标价的九折出售. 现在，这种商品每件赢利多少元?
4. 用代数式 $3x+5y$ 可以表示怎样的数量关系? 请你最少举出三个相应的实例.

B 组

1. 甲、乙两种商品原价格的和为 100 元. 现在，甲商品打九折出售，乙商品提价 5%出售. 设甲商品原价格为 x 元，请表示出现在甲、乙两种商品售价的和.
2. 如图，从边长为 $m+3$ 的正方形纸片上剪下一个边长为 m 的正方形后，剩余部分又剪拼成一个长方形(不重叠无缝隙). 如果拼成的长方形一边长为 3，那么另一边长是多少?



(第 2 题)

一起探究

如图 3－2－2，这是一个由 1～120 的连续整数排成的“数阵”. 如果用方框围住 9 个数，那么这 9 个数的和随方框位置的变化而变化.

(1) 如果设方框左上角的数为 a，用含 a 的代数式表示这 9 个数的和.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
		⋮			
115	116	117	118	119	120

图 3－2－2

（2）如果设方框正中间的数为 m，用含 m 的代数式表示这 9 个数的和.

（3）如果将方框由左向右平行移动一列，那么 9 个数的和会有怎样的变化？如果方框由上向下平行移动一行，那么 9 个数的和又有怎样的变化？

图 3－2－3 是由点组成的 n 行 n 列的方阵，图 3－2－4 是由每条边上 n 个点围成的空心方阵.

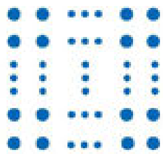


图 3－2－3

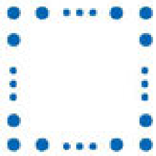


图 3－2－4

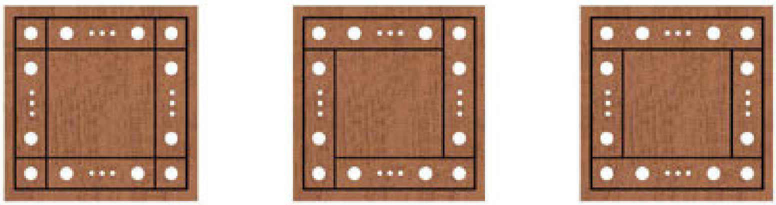
图 3－2－3 方阵的总点数为 n^2.

图 3－2－4 方阵的总点数为 $n^2-(n-2)^2$.

大家谈谈

1. 请你解释图 3－2－4 空心方阵的总点数为什么等于 $n^2-(n-2)^2$.

2. 如图 3－2－5 所示，由三种图示方法得到空心方阵的总点数分别为 $4n-4$，$4(n-1)$，$2n+2(n-2)$. 请你谈谈是怎样计算的. 你还有其他的计算方法吗？



(1)　　(2)　　(3)

图 3－2－5

练　习

观察：

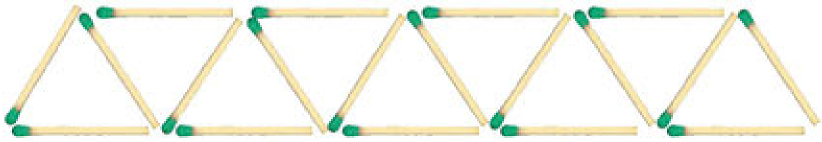
$$1\times3=2^2-1，2\times4=3^2-1，3\times5=4^2-1，\cdots$$

请你试用一个公式表示出这些等式所反映的规律.

习 题

A 组

1. 按图所示，用火柴摆图形.



（第 1 题）

(1) 填写下表：

三角形的数量/个	1	2	3	4	5	…
火柴的数量/根						…

(2) 要拼出有 $n(n>1)$ 个三角形的图形，需要多少根火柴？

(3) 要拼出有 18 个与 40 个三角形的图形，分别需要多少根火柴？

2. 李老师在生物实验室做试验时，将水稻种子分组进行发芽试验：第 1 组取 3 粒，第 2 组取 5 粒，第 3 组取 7 粒，第 4 组取 9 粒……按此规律，请你推测第 n 组应该取多少粒种子.

3. 如下数表是由从 1 开始的连续自然数组成的，观察规律并填空.

(1) 表中第 8 行的最后一个数是________，它是自然数________的平方，第 8 行共有________个数.

(2) 用含 n 的代数式表示：第 n 行的第一个数是________，最后一个数是________，第 n 行共有________个数.

1

2 3 4

5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16

⋮

（第 3 题）

B 组

1. 小明玩一种游戏，每次挪动珠子的颗数与对应所得分数如下表：

挪动珠子数/颗	2	3	4	5	6	…
对应所得分数/分	2	6	12	20	30	…

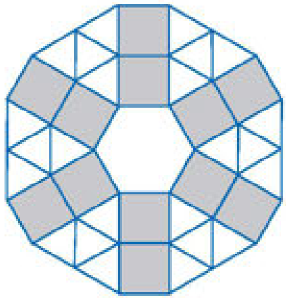
(1) 当挪动的珠子数为 7 颗，8 颗时，所得分数分别为多少？

(2) 写出挪动 n 颗珠子时所得分数的代数式.

2. 如图所示是用地板砖铺设的部分图案，中央是一块正六边形的地板砖，周围是正三角形和正方形的地板砖. 从里向外的第 1 层包括 6 个正方形和 6 个正三角形，第 2 层包括 6 个正方形和 18 个正三角形……依次递推.

(1) 第 3 层和第 4 层中分别含有多少个正三角形?

(2) 第 n 层中含有多少个正三角形?



(第 2 题)

读一读

代数学

代数学简称为代数，是数学的一个分支. “代数”这个词起源于 9 世纪阿拉伯数学家阿尔·花剌子米的 *Al jabr Al-muqabala* 一书. 约在 12 世纪时阿拉伯文“Al jabr”被译成拉丁文“algebra”. 1859 年，我国晚清数学家李善兰首次将此词译为中文“代数学”，意思是用符号代表数的一种方法.

早期的代数实际上是指关于解方程的技术. 在用字母表示数的方法尚未出现之前，通常用文字叙述的方法来描述问题和进行计算. 这个时期的代数与算术并无明显的区别.

15 世纪前后，数学家开始用字母表示数与式. 法国数学家韦达首先较系统地引进了字母表示法. 他不仅用字母表示未知数，而且开始用字母表示已知数. 那时，代数被看成关于字母计算、字母构成公式的变换以及研究代数方程等的科学，代数与算术开始有了明显的区别，即算术是对具体数的运算，而代数是讨论能代表任何数的字母的运算. 字母表示法的确立，为代数方程专门理论的建立创造了条件.

我国古代在代数学方面有杰出的成就. 在《九章算术》中，就已详细地记载了有关数字系数的一、二、三次方程的解法，还系统地记述了线性方程组的一般理论.

3.3 代数式的值

把具体的数代入代数式，就可以得到代数式的值了.

在上节课研究的由点组成的空心方阵这一问题中，当空心方阵每边上的点数为 n 时，方阵总点数的一种表示形式是

$$4n-4.$$

这是一个含字母 n 的代数式.

一起探究

1. 当 n 取 4，10，13，25 等值时，分别代入上面的代数式，计算出代数式 $4n-4$ 相应的值. 对于 n 的同一个值，同学们得到的结果都相同吗?

2. 以 $n=4$ 和 $n=13$ 为例，说明你是如何算出 $4n-4$ 的值的.

从上面我们可以看到，对代数式中的字母代入不同的值，都可以求出代数式相应的值.

一个代数式，可以看做一个计算程序. 例如：

$5x^2-8x+2$ → 输入 $x=-2$ → $5\times(-2)^2-8\times(-2)+2$ → 输出 38

做一做

1. 按上面的程序，计算 $x=3$，$x=6$ 时的输出值.

2. 任意取 x 的两个值，请同桌的同学完成上面的求值过程，并相互检查求值过程和结果是否正确.

像这样，用数值代替代数式中的字母，按照代数式中给出的运算计算出的结果，叫做**代数式的值**(value of algebraic expression). 这个过程叫做求代数式的值.

例 1 根据下面 a，b 的值，求代数式 $a-\frac{b}{a}$ 的值：

(1) $a=2$，$b=-6$； (2) $a=-10$，$b=4$.

解：(1) 当 $a=2$，$b=-6$ 时，

$$a-\frac{b}{a}$$
$$=2-\frac{-6}{2}$$
$$=2+3$$
$$=5.$$

(2) 当 $a=-10$，$b=4$ 时，

$$a-\frac{b}{a}$$
$$=-10-\frac{4}{-10}$$
$$=-10+\frac{2}{5}$$
$$=-\frac{48}{5}.$$

例 2 如图 3-3-1，已知长方体的高为 h，底面是边长为 a 的正方形. 当 $h=3$，$a=2$ 时，分别求其体积 V 和表面积 S.

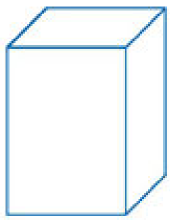


图 3-3-1

解：因为 $V=a^2h$，$S=2a^2+4ah$，

所以 当 $a=2$，$h=3$ 时，

$V=a^2h=2^2\times3=12$，

$S=2a^2+4ah=2\times2^2+4\times2\times3=32.$

练 习

1. 根据下面 a，b 的值，分别求出代数式 a^2+b^2 和 $(a+b)^2$ 的值：

(1) $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{2}$；　　(2) $a=4$，$b=-3\frac{1}{2}$.

2. 当 $x=2$，$y=1$，$z=-3$ 时，求下列各代数式的值：

(1) $z-y(z-x)$；　　(2) $\frac{x-y}{x+z}$.

习题

A 组

1. 当 $a=2$，$b=\frac{1}{3}$ 时，求下列各代数式的值：

   (1) $a(a+b)$；　　(2) a^2+b；　　(3) $a+ab$.

2. 请你任意给定 a，b 的值，分别求出代数式 $(a+b)(a-b)$ 和 a^2-b^2 的值. 你从中发现了什么规律？

3. 把一段长为 40 cm 的铁丝弯成一个长方形，设长方形一边的长为 a cm.

   (1) 写出表示这个长方形面积的代数式.

   (2) 完成下表：

长方形一边的长 a/cm	2	4	6	8	10	12	14	16
长方形的面积/cm^2								

   (3) 你认为当 a 取什么值时，长方形的面积最大？这时，长方形的形状是什么样的？

4. (1) 完成下表：

a	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$3a+2$							
$-3a+2$							

   (2) 当 a 取的值越来越大时，代数式 $3a+2$ 的值随之有怎样的变化？代数式 $-3a+2$ 的值随之有怎样的变化？

5. 当 $x=1$，$y=2$ 时，求下列各代数式的值：

   (1) $x^2-2xy+y^2$；　　(2) $\frac{x+y}{x-y+3}$.

B 组

1. 分别计算出当 $a=-2$，$a=2$，$a=\frac{1}{3}$ 时，$a-\frac{a^2-1}{a+1}$ 的值.

2. 已知代数式 $(x+y)^2$ 和 $x^2+2xy+y^2$.

   (1) 当 $x=2$，$y=3$ 时，计算出两个代数式的值.

   (2) 当 $x=-2$，$y=4$ 时，计算出两个代数式的值.

   (3) 请你任取一组 x，y 的值，计算出两个代数式的值.

   (4) 你有什么发现？

做一做

小亮家离学校 1 280 m. 他每天步行上学，速度约是 80 m/min. 我们用 t(min) 表示小亮从离开家开始的步行时间，s_1(m)表示离开家的路程，s_2(m) 表示距学校的路程.

（1）写出用 t 分别表示 s_1 和 s_2 的代数式：

$s_1=$__________，

$s_2=$__________.

（2）对具体的 t 值，计算 s_1 和 s_2 的值，并填写下表：

t/min	0	4	5.5	10	12.5	16
s_1/m						
s_2/m						

（3）当 $t=7$ 时，请你比较小亮离开家的路程与离学校的路程哪个远.

一起探究

某农场购买了一台新型拖拉机用来耕地. 为了测试耕地时的耗油量，用它试耕了三块地，其面积分别为 0.4 公顷，0.6 公顷和 1 公顷. 油量表的指针变化情况如图 3－3－2所示（油表中的一个大格表示 10 升油).

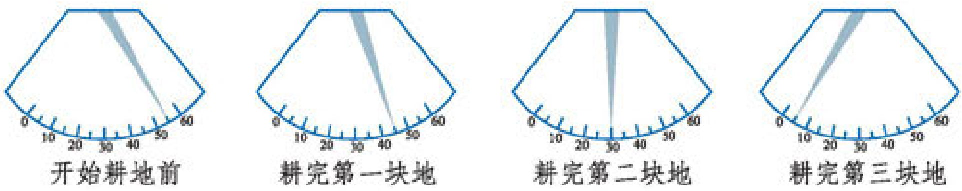


图 3－3－2

（1）根据油量表指针的变化，估算耕地 0.4 公顷，0.6 公顷，1 公顷的耗油量（升)，与同学交流，并将结果填入表中.

耕地面积/公顷	0.4	0.6	1
耗油量/升			

（2）如果设耕地 a（公顷）耗油量为 b（升），列代数式表示 a 和 b 之间的关系.

（3）根据所列的关系式，求解下列问题：

①耕地面积为 0.5 公顷，2 公顷时，耗油量分别是多少？

②如果两次耕地耗油量分别是 12 升和 40 升，那么所耕地的面积分别是多少公顷？

练　习

在某一时刻，小惠测得一棵 2.4 m 高的树在阳光下的影子的长为 1.8 m.

（1）写出此时高度为 h(m)的物体与它在阳光下的影子的长 p(m)之间的关系式.

（2）多高的物体，此时它在阳光下的影子的长为 1.5 m?

（3）多高的物体，此时它在阳光下的影子的长超过 2 m?

习　题

A　组

1. 爷爷在银行按 1 年定期存了 a 元钱，存款时，1 年定期存款的年利率是 3.50%.

（1）设到期后爷爷取回的本息共为 p 元，请你写出用 a 表示 p 的关系式.

（2）当 a 为 1 000，2 000，4 500 时，p 的值分别是多少？

（3）请你仿照课文中的例子，列出一个使 a 的值和 p 的值相对应的表.

2. 某工厂生产了甲、乙、丙三种零件. 其中，乙种零件比甲种零件的 2 倍多 1 个，丙种零件比甲种零件的 3 倍少 1 个. 设甲、乙、丙三种零件分别为 x 个、y 个、z 个.

(1) 分别写出用 x 表示 y，z 的式子.

(2) 填写下表：

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y								
z								

(3) 举例说明，对 x 的每一个确定的值，分别有 y 的一个确定的值和 z 的一个确定的值与它相对应.

3. 如图，一个碗的高度为 7 cm，两个碗摞在一起后高度为 7.8 cm.

(1) 写出 n 个碗摞在一起的高度.

(2) 求 6 个碗摞在一起的高度.

(第 3 题)

B 组

1. 甲车从 A 地出发以 60 km/h 的速度沿公路匀速行驶，0.5 h 后，乙车也从 A 地出发，以 80 km/h 的速度沿该公路与甲车同向匀速行驶.

(1) 乙车出发 x h 后，甲、乙两车离开 A 地的路程分别为多少千米?

(2) 怎样表示乙车追上了甲车?

2. 观察下列算式：

①$1\times3-2^2=3-4=-1$；

②$2\times4-3^2=8-9=-1$；

③$3\times5-4^2=15-16=-1$；

④________________________；

⋮

(1) 请你按以上规律在横线上写出第 4 个算式.

(2) 把这个规律用含字母的式子表示出来.

回顾与反思

一、知识结构

用字母表示数 —— 代数式 —— 列代数式 / 代数式的值

二、总结与反思

1. 用字母表示数后，数或字母用运算符号连接组成了代数式. 代数式是现实世界中数量及数量关系的数学表示，用代数式表示数量关系既简明又具有一般性，同一个代数式还可以表示不同实际问题中的数量关系.

2. 列代数式表示数量关系是学习代数的基础，其关键是把实际问题中的数量关系抽象为和、差、倍、分的关系，概括起来主要有以下两种情况：

（1）整体与部分之间的构成关系，“大数”“小数”与“差”的关系，都对应数的“和”或“差”的运算.

（2）两个量之间的“倍”“分”关系，对应数的“乘”和“除”的运算.

3. 一个代数式可以看做一个计算程序. 对代数式中的字母取具体的值按程序可以求出代数式的值. 一般地，代数式的值随字母取值的变化而变化.

4. （1）举例说明用代数式表示数量或数量关系的优越性.

（2）列举用 $2x-4$ 表示不同实际问题中的数量.

（3）列举用 $b=3a$ 表示不同实际问题中的数量关系.

三、注意事项

在用代数式表示数量关系时，要搞清楚要求表示的是哪个量，用哪个或哪些量来表示. 如，“b 比 a 的 2 倍多 3”，用 a 表示 b 的代数式是 $b=2a+3$，用 b 表示 a 的代数式是 $a=\dfrac{b-3}{2}$.

复 习 题

A 组

1. 填空：

（1）a 是一个不为 0 的数，a 的相反数的倒数是________.

（2）a，b，c 的平均数是________.

（3）n 袋面粉的质量是 m kg，平均每袋面粉的质量是________ kg.

(4) 一个等腰三角形，其腰长是底边长的 2 倍，底边长为 a. 这个等腰三角形的周长是________.

(5) 一个长方形，宽为 b，长比宽多 3. 这个长方形的面积是________.

(6) 育才学校七年级共有 a 名学生. 其中，男生比女生多 24 名. 七年级男生有________名，女生有________名.

2. 用代数式表示：

(1) a，b 两数平均数的 3 倍.

(2) a 的 2 倍与 b 的平方的和.

(3) a，b 两数平方的和与这两数积的 4 倍的差.

(4) a，b，c 三数的积的倒数与 3 的和.

3. 列代数式：

(1) n 表示任意一个自然数，用关于 n 的代数式分别表示：

①能被 3 整除的自然数；

②被 5 除余 2 的自然数；

③按 1，3，5，… 排列，第 n 个奇数.

(2) 对全校的 a 名学生进行某项体质测试，达到优良的人数为 b 名，则优良率是________.

(3) 一个长方形的一条边长为 a，面积为 S，周长是________.

(4) 一个三位数，从百位上的数字到十位上的数字再到个位上的数字，依次小 1. 设十位数字为 m，写出这个三位数.

4. 某月共有 4 个星期日，第一个星期日的日期数是 a，写出这个月星期日的日期数的和.

5. 今年小亮的爷爷的岁数正好是小亮岁数的 4 倍. 设小亮今年 a 岁，写出 5 年后小亮的爷爷的岁数.

6. A 试验田的面积比 B 试验田的面积的 2 倍多 50 m^2.

(1) 设 B 试验田的面积为 $x\ \mathrm{m}^2$，写出 A 试验田的面积.

(2) 设 A 试验田的面积为 $y\ \mathrm{m}^2$，写出 B 试验田的面积.

7. 一个棱长为 a 的正方体铁块，被锻造成一个底面半径为 r 的圆柱形零件. 写出这个零件的高.

8. 甲车每小时行驶 a km，乙车每小时行驶 b km，甲车先行驶 2 h 后乙车出发. 写出乙车行驶 35 km 时甲车行驶的路程.

9. 对代数式 $3a$ 和 $2a-b$，分别举出两个具有相应数量关系的实例.

10. 某兴趣小组的女生人数占全组人数的$\frac{1}{3}$，再加入 6 名女生后，女生人数就是该小组人数的一半. 设该小组原有 x 人，请用两种不同的方法表示出男生的人数.

11. 水果店出售的苹果，数量与售价的关系如下表：

数量 x/kg	1	2	3	4	…
售价 y/元	4.1	8.2	12.3	16.4	…

(1) 分别计算出当 $x=5$，$x=10$ 时，y 的值.

(2) 写出用 x 表示 y 的代数式.

12. 观察下列各式：

$$1^2+1=1\times2,$$
$$2^2+2=2\times3,$$
$$3^2+3=3\times4,$$
$$\vdots$$

按此规律写出第 n 个等式.

13. 填表：

x	-3	$\frac{1}{2}$	0	1	2	3.5	6
$4x-6$							
x^2-2x+3							
$\frac{x}{x+1}$							

14. 当 $x=\frac{1}{4}$时，分别求代数式 x^2+2x+1 和$(x+1)^2$ 的值.

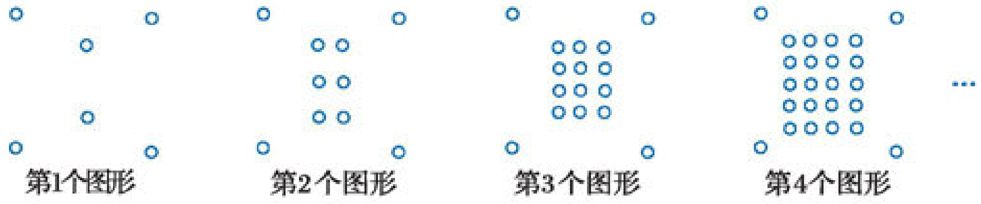
B 组

1. 梯形的上底长为 a，下底长比上底长的 2 倍多 3，梯形的高等于上、下底长的平均数. 写出这个梯形的面积.

2. 将 x 元钱按 1 年定期存入银行，到期后将本息再按 2 年定期存入银行. 如果存款时 1 年定期存款的年利率是 3.5%，2 年定期存款的年利率是 4.4%，那么，到期后本息共是多少元？

3. 一项工程，甲队独做 10 天完工，乙队独做 12 天完工，丙队独做 15 天完工. 三队合做 x 天后，甲队调离，留下乙、丙两队再做 5 天. 分别用代数式表示出三个队各自完成的工作量，以及总共完成的工作量.

4. 将一些半径相同的小圆按如图所示的规律摆放：第 1 个图形有 6 个小圆，第 2 个图形有 10 个小圆，第 3 个图形有 16 个小圆，第 4 个图形有 24 个小圆……按此规律依次递增，第 n 个图形有多少个小圆？



（第 4 题）

5. 如图，用 a 表示三角形每条边上的花盆数，用 w 表示摆放成三角形的花盆总数.

（第 5 题）

(1) 根据上图完成下表：

a/盆	2	3	4	5	6	7	…
w/盆							…

(2) 写出用 a 表示 w 的代数式.

C 组

1. 观察：

$$2^1-1=1，2^2-1=3，2^3-1=7，2^4-1=15，$$
$$2^5-1=31，2^6-1=63，2^7-1=127，2^8-1=255，$$
$$\vdots$$

(1) 归纳计算结果中的个位数字的规律.

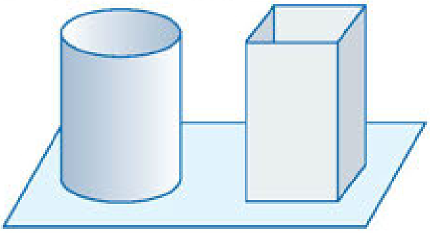
(2) 写出其中个位数字分别为 1，3，7，5 的算式各两个.

(3) 指出 $2^{100}-1$ 的个位数字.

2. (1) 请你按底面周长相等的要求制作无盖、等高的圆柱形和长方体形(底面是正方形)的容器各一个.

(2) 通过装物实验方法说明哪个容器的容积较大.

(3) 设它们的底面周长为 a，通过容积的表达式说明哪个容器的容积大.



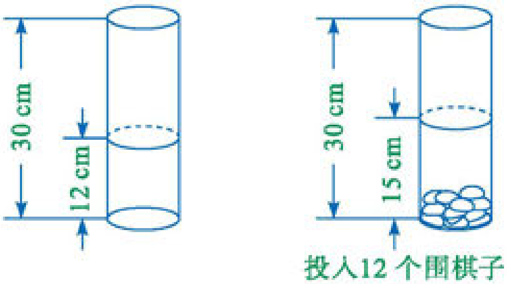
(第 2 题)

3. 我们知道乌鸦喝水的故事. 现在来做一个道理相同的游戏：如图，在圆柱形玻璃桶里已有定量的水，将大小相同的围棋棋子一个个慢慢投入其中. 显然，在有水溢出之前，每投入一个棋子，桶里水位的高度都会有变化.

(1) 投入第 1 个围棋子后，水位上升了多少厘米？此时桶里的水位高度达到了多少厘米？

(2) 设投入了 n 个棋子，没有水溢出. 用 n 表示此时桶里水位的高度.

(3) 小亮经过思考和计算以后，认为投入 72 个棋子，正好可使水位达到桶的高度. 你同意他的观点吗？说说理由.



(第 3 题)

第四章

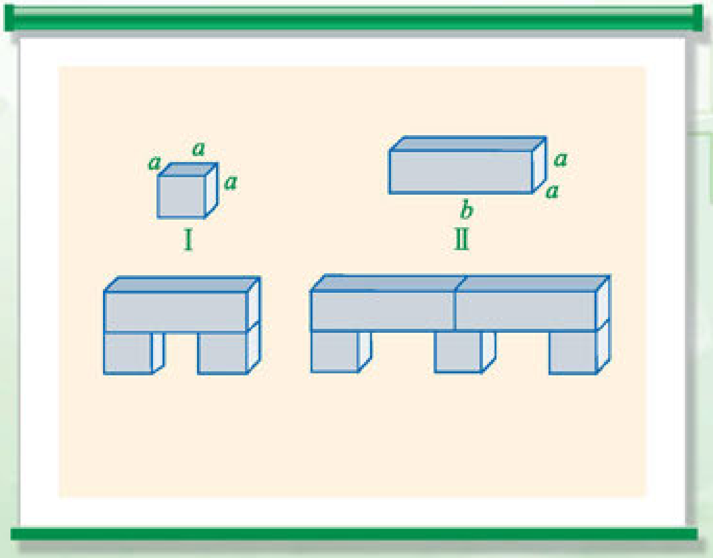
整式的加减

在本章中，我们将学习

- 整式的概念
- 去括号及合并同类项
- 整式的加减运算

$4a^3+a^2b+3a^3+2a^2b=7a^3+3a^2b$

两种不同形状的积木块，搭成两个不同形状的“桥”，它们的体积之和是多少呢？



4.1 整　式

整式是一类简单的代数式．在日常生活中，我们经常要用整式表示有关的量．

做一做

1．小亮家的电冰箱平均每天耗电量为 m 千瓦时，那么 n 天耗电量为________千瓦时．

2．某物品包装箱的形状是长方体．如果包装箱的宽和高都是 a cm，长是 b cm，那么它的体积是________ cm^3．

3．一个两位数，个位数字是 x，十位数字是 y，这个两位数可表示为________；如果个位数字与十位数字交换位置，所得的两位数可表示为________．

4．为了保护环境，促进生态平衡，某地计划逐年增加植树造林的面积．如果第一年植树造林 a 公顷，第二年比第一年增加了 10%，那么第二年比第一年的植树造林面积增加了________公顷．

5．如图 4－1－1，在边长为 a 的正方形内，挖去一个底为 b，高为$\frac{1}{2}$的三角形，则剩下部分的面积为____________．

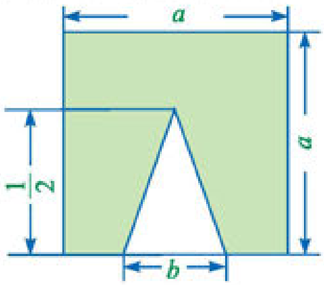


图 4－1－1

大家谈谈

观察上面得到的代数式：

$$mn，a^2b，10y+x，10x+y，10\%a，a^2-\frac{1}{4}b.$$

从所含的运算来看，它们各自有什么特点？

像 mn，a^2b，$10\%a$ 这样的代数式，它们都是由数与字母（或字母与字母）相乘组成的代数式，我们把这样的代数式叫做**单项式**（monomial）．

单独一个数或一个字母也叫单项式．

单项式中的数字因数叫做这个单项式的**系数**(coefficient)，所有字母的指数的和叫做这个单项式的**次数**(degree).

如单项式 $10\%a$ 的系数是 10%，次数是 1；mn 的系数是 1，次数是 2；a^2b 的系数是 1，次数是 3.

做一做

请指出下列各式哪些是单项式，哪些不是，并说明理由.

(1) $x+y$；　(2) $-\frac{x}{5}$；　(3) $\frac{4}{a}$；　(4) $2\pi r$.

例 1 用代数式表示，并指出它们的系数和次数.

(1) 某商店 8 月份营业额为 m 万元，9 月份营业额比 8 月份增加了 25%. 9 月份的营业额为多少万元?

(2) 某品牌汽车原价为 a 元/辆，现按九折出售. 如果一周内销售了这种汽车 b 辆，那么这周的销售额为多少元?

(3) 一个长方体形状的零件，它的底面边长分别是 a cm 和 b cm，高是 h cm，这个零件的体积是多少立方厘米?

解：(1) $(1+25\%)m$，它的系数是 $1+25\%$，次数是 1.

(2) $0.9ab$，它的系数是 0.9，次数是 2.

(3) abh，它的系数是 1，次数是 3.

单项式的系数是 1 或 -1 时，“1”通常省略不写.

练　习

1. 填表：

单项式	$-a$	$5x^3$	$-\frac{3}{4}ab^2$	$0.3xy$	$2m^3n^2$	$\frac{abc}{7}$
系数						
次数						

2. 请你写出两个不同的单项式，要求它们的系数都是 -5，所含的字母都是 a 和 b，并且它们的次数都是 3.

习题

A 组

1. 下列各式哪些是单项式？为什么？

$\frac{2}{3}a$，πr^2，$\frac{1}{2}x+1$，$-3xy^3z$，$\frac{a+b}{c}$.

2. 指出下列各单项式的系数和次数：

(1) $3x^3$；　　(2) $-\frac{7}{5}xyz$；

(3) $0.12s$；　　(4) $\frac{2}{3}x^2b$.

3. 已知单项式$-\frac{4}{5}a^2bc^m$的次数是5，求m^2的值.

B 组

1. 请你写出三个不同的单项式，要求它们的系数都是-2，所含字母都是x和y，且它们的次数都是4.
2. 商场的某品牌彩电标价为m元/台．节日期间，按九折的优惠价格出售．商场销售n台这种彩电共收入多少元？请说明你所得到的单项式的系数和次数.

在前面的“做一做”中，我们还得到了像$10y+x$，$10x+y$，$a^2-\frac{1}{4}b$这样的代数式，它们都是由单项式相加组成的代数式，我们把这样的代数式叫做**多项式**(polynomial).

多项式是由若干个单项式的和组成的．我们把多项式中的每一个单项式都叫做这个多项式的**项**(term)，把不含字母的项叫做**常数项**(constant term).

多项式含有几项，这个多项式就叫做几项式.

在多项式里，最高次项的次数，叫做这个多项式的**次数**(degree)．多项式的次数是几，这个多项式就叫做几次式.

如多项式$10y+x$，$10x+y$，$a^2-\frac{1}{4}b$中，$10y+x$和$10x+y$是一次二项式；$a^2-\frac{1}{4}b$是二次二项式，最高次项为a^2.

例 2 写出多项式，并指出它们的项和次数.

（1）目前，在地球上生存的动物约有 150 万种. 其中，无脊椎动物约有 m 万种，脊椎动物约有________万种.

（2）如图 4－1－2，城楼门口的形状，下部是长方形，上部是半圆形. 它的面积是________.

（3）一个三位数的个位数字为 a，十位数字为 b，百位数字为 c，这个三位数可表示为______.

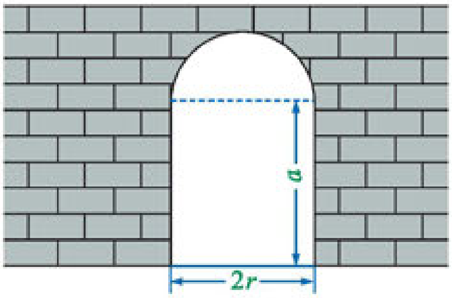


图 4－1－2

解：（1）$150-m$，它的项是 150 和 $-m$，次数是 1.

（2）$2ra+\frac{1}{2}\pi r^2$，它的项是 $2ra$ 和$\frac{1}{2}\pi r^2$，次数是 2.

（3）$100c+10b+a$，它的项是 $100c$，$10b$ 和 a，次数是 1.

单项式和多项式统称为**整式**(integral expression).

做一做

请你按要求填表：

多项式	$2a-1$	$-2x+x^2-3$	$x^3-2xy^2+y^3-x^2y$
项			
常数项			
次数			
几次几项式			

例 3 如图 4－1－3 所示是由一个正方体和一个长方体组成的组合体.

（1）请用代数式表示这个组合体的体积.

（2）这个代数式是多项式还是单项式？如果是多项式，请你说出它是几次几项式.

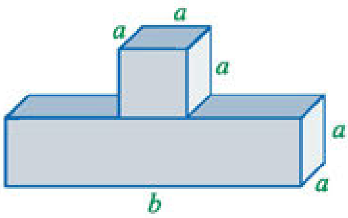


图 4－1－3

解：（1）这个组合体的体积是

$$a^3+a^2b.$$

（2）这个代数式是多项式，它是三次二项式.

练 习

1. 指出下列各多项式的项和次数：

（1）$a^2-2ab+b^2$；　　（2）$x-5x^2y^2+3xy-1$.

2. 指出下列各多项式是几次几项式：

（1）x^2-y^2；　　（2）$3a^4-2a^2+1$.

习 题

A 组

1. 指出下列各多项式的项和次数：

（1）$3x-2x^2+1$；

（2）xy^2+x^2y-xy；

（3）$abc^2-ac-bc+2$；

（4）$mn+cd-d+m$.

2. 指出多项式 $5a-3a^2b+b^2a+7a^2b-1$ 的项数、次数和常数项.

3. 某校七至九年级共有学生 2 800 名．其中，七年级有 a 名学生，八年级有 b 名学生．九年级有多少名学生？

B 组

1. 实验学校七年级有 300 名学生和 25 名教师参加了义务植树活动．已知每名教师植树 n 棵，每名学生植树 m 棵．他们共植树多少棵？

2. 请你用代数式表示图中长方体形无盖纸盒的容积（纸盒厚度忽略不计）和表面积．它们是整式吗？如果是，请你分别指出它们是单项式还是多项式.

（第 2 题）

4.2 合并同类项

有些多项式，它们中的某些项可以合并，这样可使原多项式简化. 这就是我们要学习的合并同类项.

小亮用Ⅰ型和Ⅱ型的积木块搭成了图 4-2-1 和图 4-2-2 所示的两个不同形状的“桥”.

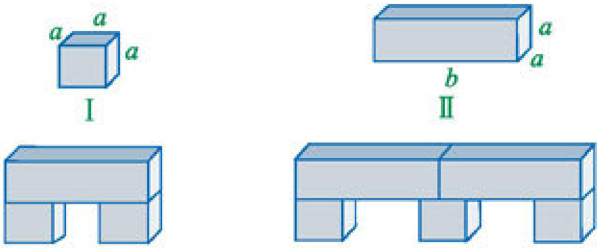


图 4-2-1　　图 4-2-2

一起探究

你能用几种方法表示这两个“桥”的体积之和？与同学交流.

小明的方法	小红的方法
先计算图 4-2-1 中“桥”的体积，后计算图 4-2-2 中“桥”的体积，再将两个“桥”的体积相加. 结果是 $2a^3+a^2b+3a^3+2a^2b$.	将两个“桥”看做一个整体来计算：它们是由 5 个Ⅰ型积木和 3 个Ⅱ型积木组成的. 结果是 $5a^3+3a^2b$.

虽然小明和小红所得结果的形式不同，但是这两个多项式表示的都是这两个“桥”的体积之和. 因此有

$$2a^3+a^2b+3a^3+2a^2b=5a^3+3a^2b.$$

从等式的左边到右边，就是将 $2a^3$ 与 $3a^3$，a^2b 与 $2a^2b$ 分别“合并”在一起的结果，而 $2a^3$ 与 $3a^3$，a^2b 与 $2a^2b$ 除系数不同外，所含字母及相同字母的指数都是相同的.

在多项式中，我们把那些所含的字母相同，并且相同字母的指数也相同的项，叫做**同类项**(similar terms).

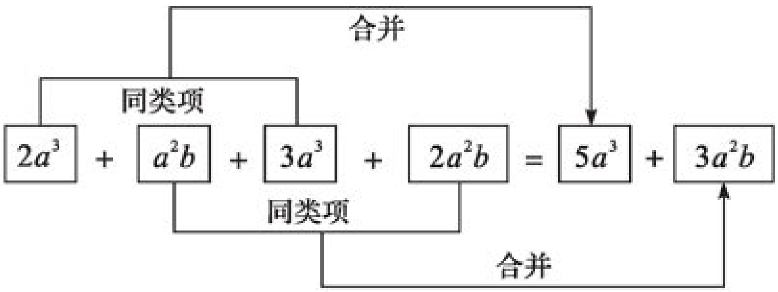
> 几个常数项也叫同类项.

观察与思考

根据乘法对加法的分配律，可以得到

$$2a^3+3a^3=(2+3)a^3,\qquad a^2b+2a^2b=(1+2)a^2b.$$

观察下面图示中的式子，和同学交流你的发现.



在多项式中，两项可以合并成一项的条件是什么？合并前后的系数有什么关系，字母和它的指数有无变化？

在多项式中，几个同类项可以合并成一项，这个合并的过程，叫做合并同类项.

在合并同类项时，把同类项的系数相加，字母和字母的指数保持不变.

例 1 合并同类项：

(1) $4ab^2-ab-6ab^2$；

(2) $2x^2y-5x^2y+\frac{2}{3}x^2y+5xy^2$；

(3) $xy+5y^2-3+4xy-5y^2$.

解：(1) $\underline{4ab^2}-ab\ \underline{-6ab^2}$

$=(4-6)ab^2-ab$

$=-2ab^2-ab.$

(2) $\underline{2x^2y}-\underline{5x^2y}+\underline{\frac{2}{3}x^2y}+5xy^2$

$=\left(2-5+\frac{2}{3}\right)x^2y+5xy^2$

$=-\frac{7}{3}x^2y+5xy^2.$

(3) $\underline{xy}+5y^2-3+\underline{4xy}-5y^2$

$=(1+4)xy+(5-5)y^2-3$

$=5xy-3.$

当同类项的系数互为相反数时，合并后的结果为 0.

做一做

指出下面多项式中的同类项，并进行合并：

$$3a^2b-4ab^2-4+5a^2b+2ab^2+7.$$

练　习

1. 下列各组中的两项是不是同类项？说明理由.

(1) ab 与 $2ac$；　　(2) $3ab$ 与 $-ba$；

(3) a^2bc 与 ab^2c；　　(4) abm 与 abn；

(5) $-8xy^2$ 与 $\frac{1}{2}xy^2$；　　(6) -0.5 与 9.

2. 指出下列各多项式中的同类项，并进行合并：

(1) $2x^2-3y-5xy+7+\frac{1}{6}x^2-\frac{3}{4}y$；

(2) $4a^2-9a+6-3a^2+8a-5.$

习　题

A 组

1. 填空：

(1) 如果 $5x^2y$ 和 $-x^my^n$ 是同类项，那么 $2m-5n=$________.

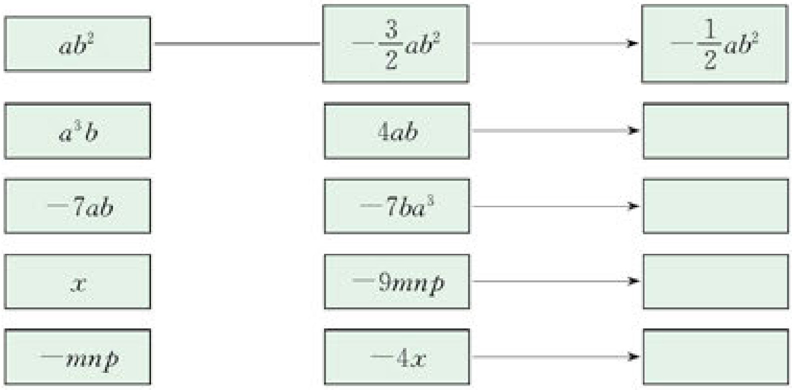
(2) 当 $k=$________时，将多项式 $x^2-3kxy-3y^2-\frac{1}{3}xy-8$ 合并同类项后不含 xy 项.

2. 判断下列合并同类项的结果是否正确，并说明理由.

（1）$2a+3b=5ab$；　　（2）$5y^3-3y^2=2y$；

（3）$6ab-2ba-4ab=0$；　　（4）$4x^2y-5xy^2=-x^2y$.

3. 找出同类项，用线相连，再将它们合并后填入后面的方框中：



4. 合并同类项：

（1）$4a+2-7a+8b-5$；　　（2）$15ab^2-2a^2c-12ab^2-6a^2c$；

（3）$\frac{1}{2}x^3-\frac{5}{6}x^3+\frac{1}{3}x$；　　（4）$2x^2+1-3x+7-3x^2-5x$；

（5）$5ab-a^2+2a^2-7ab-6a^2$；　　（6）$4ax+3by-6ax+4bx-3by$.

B 组

1. 填空：

（1）如果 $-\frac{3}{4}x^{a+1}y^5$ 与 $7x^2y^{2b-1}$ 是同类项，那么 $a=$________，$b=$________.

（2）请写出三个与 $3x^2y^2z$ 是同类项的代数式：____________________.

2. 五个连续的整数，设其中最小的数为 n.

（1）写出这五个数的和.

（2）这五个数各是什么数时，它们的和等于 300?

3. 某超市 9 月份购进 200 件某品牌秋季服装，每件以 a 元出售，售出了 120 件. 进入 11 月后开始促销，按八折出售，售出了 50 件. 余下的服装全部以每件 100 元出售. 求这个超市销售这批该品牌服装的销售额.

做一做

已知代数式 $5a^2-5a+4-3a^2+6a-5$.

（1）将 $a=\frac{1}{3}$ 直接代入代数式中求值.

（2）先合并同类项，再将 $a=\frac{1}{3}$ 代入求值.

比较上面的两种解法，哪种方法更简单？

例 2 当 $x=1$，$y=\frac{3}{2}$ 时，求多项式 $3xy^2-5xy+0.5x^2y-3xy^2-4.5x^2y$ 的值.

解：
$$3xy^2-5xy+0.5x^2y-3xy^2-4.5x^2y$$
$$=-5xy-4x^2y.$$

当 $x=1$，$y=\frac{3}{2}$ 时，

原式 $=-5\times1\times\frac{3}{2}-4\times1^2\times\frac{3}{2}=-\frac{27}{2}$.

> 在通常情况下，先化简，再求值比较简单.

例 3 某学校组织七、八年级全体同学参观革命老区西柏坡．七年级租用 45 座大巴车 x 辆，60 座大巴车 y 辆；八年级租用 60 座大巴车 x 辆，30 座中巴车 y 辆(以上三种车型，座位均不含司机)．当每辆车恰好坐满时：

（1）用含 x，y 的代数式表示该学校七、八年级学生人数.

（2）当 $x=4$，$y=7$ 时，该学校七、八年级共有多少学生？

解：（1）由题意可得七年级有学生 $(45x+60y)$ 人，八年级有学生 $(60x+30y)$ 人.

所以，七、八年级共有学生的人数为

$$45x+60y+60x+30y$$
$$=105x+90y.$$

（2）当 $x=4$，$y=7$ 时，

$$105x+90y$$
$$=105\times4+90\times7$$
$$=1\ 050.$$

所以，七、八年级共有 1 050 名学生.

练习

1. 合并同类项：$x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3$.
2. 当 $a=-2$ 时，求多项式 $4a+3a^2-6a-2a^2+13$ 的值.

习题

A 组

1. 先合并同类项，再求值：
   (1) $3x-4x^2+7-3x+2x^2+6$. 其中，$x=2$.
   (2) $4ab-3a^2-ab+b^2-3ab-2b^2$. 其中，$a=0.9$，$b=-1$.
   (3) $-\frac{3}{2}x+\frac{1}{3}y-\frac{5}{6}x+10$. 其中，$x=-8$，$y=9$.
2. 如果一个三角形的第一条边长为 m，第二条边长为第一条的 2 倍，第三条边长为第一条的$\frac{3}{2}$，那么这个三角形的周长是多少？

B 组

1. 一本书有 a 页，小明第一天读了全书的$\frac{2}{3}$，第二天又读了余下部分的$\frac{1}{3}$. 小明还有多少页没有读？当 $a=180$ 时，没有读的有多少页？
2. 放假期间，小明与父母从甲地到乙地自行驾车旅游. 出发后，上午行驶了 a h，平均每小时行驶 110 km；中午休息后继续出发，行驶了 3.5 h 到达乙地，平均每小时行驶 $40a$ km. 求甲地到乙地的路程.

4.3 去括号

在整式中，常常会遇到带有括号的式子. 在进行整式的运算时，就需要研究怎样去括号.

我们知道：

$$a+(b+c)=a+b+c.$$

试着做做

1. 取两组 a，b，c 的具体值，分别代入下面的整式求值，把上边和下边可能相等的整式用线连接.

$$\boxed{a+(b+c)}\quad \boxed{a+(b-c)}\quad \boxed{a-(b+c)}\quad \boxed{a-(b-c)}$$

$$\boxed{a-b+c}\quad \boxed{a+b+c}\quad \boxed{a+b-c}\quad \boxed{a-b-c}$$

2. 利用乘法对加法的分配律，证明所连等式成立.

事实上，

$$\begin{aligned}&a+(-1)(b+c)\\=&a+(-1)b+(-1)c\\=&a-b-c,\end{aligned}$$

即

$$a-(b+c)=a-b-c.$$

大家谈谈

请你谈谈括号前分别是“+”和“−”时，去掉括号后，括号里各项的符号是怎样变化的.

去括号法则

括号前是“+”时，把括号和它前面的“+”去掉，原括号里的各项都不改变符号.

括号前是“−”时，把括号和它前面的“−”去掉，原括号里的各项都改变符号.

做一做

去括号：

(1) $m+(-n-p)=$______________；

(2) $m-(-n+p)=$______________.

例 先去括号，再合并同类项：

(1) $5a+2(b-a)$；　　　　(2) $2(4x-6y)-3(2x+3y-1)$.

解：(1) $5a+2(b-a)$

$=5a+2b-2a$

$=3a+2b$.

(2) $2(4x-6y)-3(2x+3y-1)$

$=8x-12y-6x-9y+3$

$=2x-21y+3$.

练　习

1. 去括号：

(1) $x+(y-z)$；　　　　(2) $a-(-b-c)$；

(3) $(x-2y)-(3-2z)$；　　　　(4) $-(a-2b)+(c-d)$.

2. 先去括号，再合并同类项：

(1) $6a+(4a-2b)$；　　　　(2) $7x-(-5x+9)$；

(3) $2a+2(3a-b-2c)$；　　　　(4) $x-3(2x+5y-6)$.

习　题

A　组

1. 去括号：

(1) $-(3m-2n+1)$；

(2) $3m+(2n-p)$；

(3) $a-3(a^2-b+c)$；

(4) $-6(a+2b)+\frac{1}{3}(c-d)$；

(5) $-5[3x-2(3y-4z)]$；

(6) $-\frac{1}{4}(2x-4y)-(2z+5)$.

2. 先去括号，再合并同类项：

(1) $3(5a+4)-(3a-10)$；

(2) $(8a-4b)-(4a+4b-c)-2a$；

(3) $-3x^2+(3x-4x^2)-(2x^2-3x+6)$；

(4) $7(a^2b-ab)-2(a^2b-3ab)$.

3. 先化简，再求值：

$(a^2-3a)-(-3a-2ab)$. 其中，$a=-2$，$b=0.5$.

B 组

1. 请在下面的横线上填上“+”或“−”，并算出相应的结果. 你有多少种不同的填法和结果？

$$3x^2+2xy \underline{\qquad\qquad} (-3xy+y^2) \underline{\qquad\qquad} (2y^2-1).$$

2. 任意三个连续的自然数之和能被 3 整除吗？请说明理由.

3. 对 a 任意取几个值，并分别求出代数式

$$25+3a-\{11a-[a-10-7(1-a)]\}$$

的值. 你能从中发现什么？试解释其中的原因.

4.4 整式的加减

整式的加减是代数式的基本运算，去括号与合并同类项是整式加减的基础.

做一做

七年级(一)班分成三个小组，利用星期日参加社会公益活动. 第一组有学生 m 名；第二组的人数比第一组的 2 倍少 10 人；第三组的人数是第二组的一半. 七年级(一)班共有学生多少名?

因为七年级(一)班的学生总数是

$$m+(2m-10)+\frac{1}{2}(2m-10),$$

而

$$\begin{aligned}&m+(2m-10)+\frac{1}{2}(2m-10)\\=&m+2m-10+m-5\\=&4m-15,\end{aligned}$$

先去括号，再合并同类项.

所以，七年级(一)班共有学生$(4m-15)$名.

观察与思考

对于“求整式 $2a^2+ab+3b^2$ 与 $a^2-2ab+b^2$ 的差”，小明的做法是:

解： $(2a^2+ab+3b^2)-(a^2-2ab+b^2)$
$=2a^2+ab+3b^2-a^2+2ab-b^2$
$=a^2+3ab+2b^2$.

利用去括号法则和合并同类项，我们就可以完成整式的加减运算.

请你观察并思考小明的解题过程，说明整式相减的步骤有哪些.

做一做

计算：

$$2b^3+(3ab^2-a^2b)-2(ab^2+b^3).$$

例 一个长方形的宽为 a，长比宽的 2 倍小 1.

(1) 写出这个长方形的周长.

(2) 当 $a=2$ 时，这个长方形的周长是多少？

(3) 当 a 为何值时，这个长方形的周长是 16？

解：(1) 这个长方形的周长是

$$2a+2(2a-1)=6a-2.$$

(2) 当 $a=2$ 时，

$$6a-2=6\times2-2=10.$$

所以这个长方形的周长是 10.

(3) 如果 $6a-2=16$，那么 $6a=18$，即

$$a=3.$$

所以，当 $a=3$ 时，这个长方形的周长是 16.

练　习

1. 求多项式 $2x^2-3x-1$ 与 $-x^2+3x-5$ 的和.

2. 求多项式 $2a^2+3a-\frac{1}{2}$ 与 $4a^2-4a+2$ 的差.

3. 计算：

(1) $(2a-3a^2)+(5a-6a^2)$；

(2) $4(x-1)-7(x+2)$.

4. 先化简，再求值：

(1) $(x^2-2x^3+1)-(-1+2x^3+2x^2)$. 其中，$x=2$.

(2) $(5a^2-3b^2)-3(a^2-b^2)-(-b^2)$. 其中，$a=5$，$b=-3$.

习题

A 组

1. 计算：

(1) $(9x-6y)-(5x-4y)$；

(2) $3-(1-x)+(1-x+x^2)$；

(3) $(1-2x+x^2)+(-1+3x-x^2)$；

(4) $(3ab-3a^2)-5ab-2(3ab-a^2)$；

(5) $3x-2y-[-4x+(z+3y)]$.

2. 先化简，再求值：

(1) $2(x^2-y^2+1)-2(x^2+y^2)+xy$. 其中，$x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{4}$.

(2) $(3a^2+7bc-6b^2)-(5a^2-3bc-4b^2)$. 其中，$a=5$，$b=-3$，$c=\frac{1}{3}$.

3. 已知多项式 $A=3x^2-6x+5$，$B=4x^2+7x-6$，求：

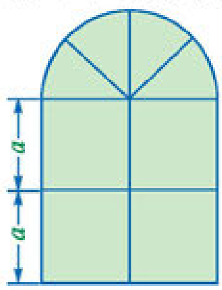
(1) $A+B$；　　　　(2) $A-B$.

4. 一个代数式与 $-3x^2+x-6$ 的和是 $-2x^2+x-3$，求这个代数式.

B 组

1. 已知多项式 $2x^2+my-12$ 与多项式 nx^2-3y+6 的和中不含 x，y，试求 mn 的值.

2. 窗户形状如图，上部是半圆形，下部是边长相同的四个小正方形.



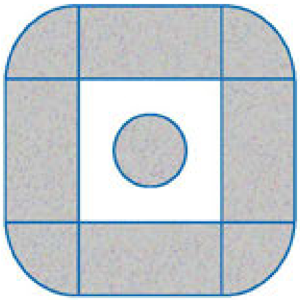
（第 2 题）

(1) 计算窗户的面积及窗框的总长.

(2) 当 $a=50$ cm 时，窗户的面积及窗框的总长分别为多少？(结果精确到 1 cm)

3. 在计算多项式 M 加上 x^2-3x+7 时，因误写为加上 x^2+3x+7，结果得到 $15x^2+2x-4$. 试求出 M 和这个问题的正确答案.

4. 某城市广场中央，有一个用大理石铺成的图案(如图所示). 其中，四个大小相同的长方形的宽是 a m，长是 $2a$ m，四个角都是四分之一的圆，中间圆的直径是 a m.



(第 4 题)

(1) 用整式表示：图案外边沿的周长.

(2) 用整式表示：整个图案的面积.

数学活动

由地球仪引起的联想

一节地理课结束后，小明帮助老师整理教具．小明拿起地球仪后突发奇想：地球仪环形支架的长度比地球仪上画的赤道的长度长多少呢？

活动一：画圆并计算

1．在平面上任取一点 O，以点 O 为圆心，分别画半径为 1 cm 和 6 cm 的圆 O_1 和圆 O_2，计算圆 O_2 与圆 O_1 的周长之差；再取一点 O'，以点 O' 为圆心，分别画半径为 5 cm 和 10 cm 的圆 O'_1 和圆 O'_2，计算圆 O'_2 与圆 O'_1 的周长之差．

比较这两个结果，你发现了什么？

2．在平面上任取一点，以这个点为圆心，任意画两个圆，只要两个圆的半径相差 5 cm，那么大圆周长与小圆周长之差都是多少厘米？

活动二：想象并计算

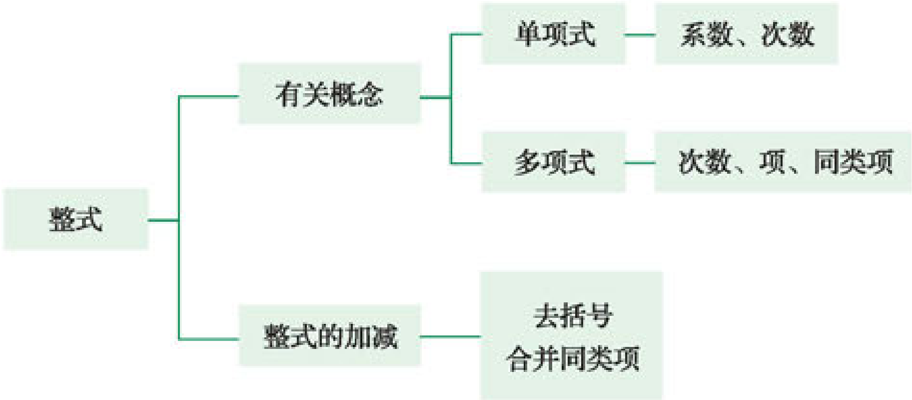
1．设地球仪的半径为 d_1 cm，地球仪环形支架与地球仪之间的间隙为 p cm，计算地球仪环形支架的长度比地球仪上画的赤道的长度长多少．

2．想象有一条很长的绳子可以绕地球赤道一圈，且绳子与地球之间的间隙也是 p cm，设地球半径为 d_2 km，计算绳子的长度比地球赤道的长度长多少．

从中，你又发现了什么？

回顾与反思

一、知识结构



二、总结与反思

1．整式的有关概念.

在本章中，我们通过对各种类型的整式“找共性、寻不同”，体会了建立单项式和多项式这两个概念的过程.

整式包括单项式和多项式.

（1）在单项式中，数与字母、字母与字母之间都是相乘关系. 单项式的系数包括它前面的符号，当系数是 1 或 -1 时，“1”省略不写. 单独一个数或一个字母也是单项式. 单项式的次数是所有字母的指数的和.

（2）多项式是几个单项式的和，因此多项式的项应包括它前面的符号. 同类项与系数无关，与字母的排列顺序无关，几个常数项也是同类项.

2．整式的加减运算.

整式加减的一般步骤是：

第一步，写成加减算式；

第二步，去括号；

第三步，合并同类项.

（1）去括号时，应注意的是____
____.

（2）合并同类项时，应注意的是____________________________________
____.

（3）求多项式的值时，一般是______________________________________
____.

复习题

A 组

1. 填空：

(1) $-\frac{2}{5}ab^2$ 的系数是________，次数是________.

(2) 多项式 $2a^2-\frac{1}{2}ab+5ab^2+ab-4$ 的最高次项是__________，同类项是__________，常数项是__________.

(3) 去括号：$2x-(3xy-3y^2+5)=$____________.

(4) $2x^2-3x-7$ 与 $4x^2+1$ 的和是____________.

(5) 与 $2a-1$ 的和为 $7a^2-4a+1$ 的多项式是______________.

(6) 化简：$4ab-3(4ba-2b)+(10ab+4b)=$____________.

2. 把下列整式按要求填入表内：

$-m$，$a+1$，$5x^3$，$a^2+2ab+b^2$，$a-2ab$，$-\frac{3}{4}ab^2$，$-2x^2+3b-6$，$-\frac{1}{2}$.

单项式	系数	次数

多项式	次数	项数	常数项

3. 当 k 取何值时，$2x^{k-1}y^4$ 与 $-6x^2y^4$ 是同类项？

4. 合并同类项：

(1) $2x-4-4x+6$；

(2) $y^2-1+3y+5y^2-3y$；

(3) $ab-7a^2b+2ab^2-9ab+6a^2b-ab^2$；

(4) $a^3-2a^2b^2+b^4-3a^2b^2-a^3$.

5. 化简下列各式：

(1) $(5a^2-2a-1)-4(3-2a+a^2)$；

(2) $5x^2-[x^2-2x-2(x^2-3x+1)]$.

6. 先化简，再求值：

(1) $(3a+2a^2-4a^3)-(-a+3a^3-a^2)$. 其中，$a=-2$.

(2) $3xy^2-2xy-\frac{3}{2}x^2y+(3x^2y-2xy^2)$. 其中，$x=-4$，$y=\frac{1}{2}$.

7. 已知 $M=-5x^2+3xy-2y^2$，$N=5x^2-6xy+2y^2$，求：

(1) $M-N$； (2) $M+N$； (3) $N-(M-N)$.

8. 已知长方形的一边长为 $5a+2b$，另一边长比它小 $a-3b$，求这个长方形的周长.

9. 三角形的三个内角的和为 $180°$. 如果它的第一个角的度数为 x，第一个角是第二个角的 2 倍，那么它的第三个角是多少度？

10. 你怎样说明代数式 $15+a-8a+[a-9-(3-6a)]$ 的值与 a 无关？

B 组

1. 如果代数式 $2x^2+3x+7$ 的值为 8，那么代数式 $4x^2+6x-9$ 的值是多少？

2. 已知 $A=4a^2b-5b^2$，$B=-3a^2b+2b^2$，$A+B+C=0$，且 $a=-2$，$b=\frac{1}{2}$，求 C 的值.

3. a 是绝对值等于 4 的负数，b 是最小的正整数，c 的倒数的相反数是 -2，求代数式 $4a^2b^3-[2abc+(5a^2b^3-7abc)-a^2b^3]$ 的值.

4. 小亮在做"计算 $(5x^3+2x^4y-3xy^2)+(x^3+3xy^2+y^3)-(6x^3-x^2y^2+2y^2)$ 的值. 其中，$x=2$，$y=-1$"这道题时，把"$x=2$"错看成"$x=-2$"，但他计算的结果也是正确的. 请你说明这是怎么回事.

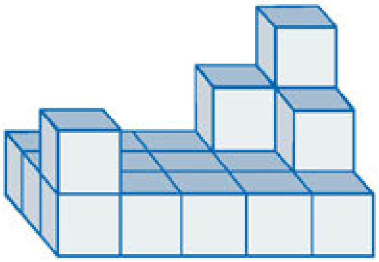
5. 已知小明的年龄是 m 岁，爸爸的年龄比小明年龄的 3 倍少 5 岁，妈妈的年龄比小明年龄的 2 倍多 8 岁.

(1) 求他们三人年龄的和.

(2) 如果小明的年龄是 15 岁，爸爸和妈妈的年龄分别是多少岁？

C 组

1. 如图所示的组合体是由棱长为 a 的正方体积木拼成的. 求这个组合体的表面积.

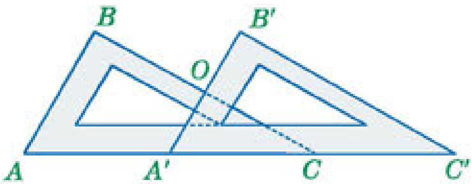


(第 1 题)

2. 如图，两个相同的直角三角尺重叠后，沿斜边推动其中一块，使它平移到某一位置.

(1) 四边形 $ABOA'$ 的面积与四边形 $B'C'CO$ 的面积有什么关系?

(2) 已知 $BO=3$, $OB'=2$, $BC=a$. 用含 a 的代数式表示四边形 $ABOA'$ 的面积.



(第 2 题)

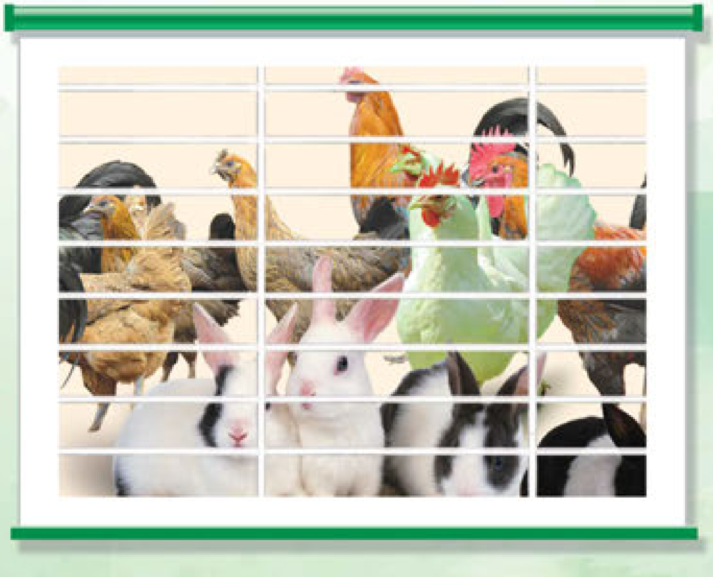
第五章

一元一次方程

在本章中，我们将学习

- 等式的基本性质
- 一元一次方程及其解法
- 一元一次方程的应用

今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何？



5.1 一元一次方程

在小学我们就认识了方程，并用方程解决了一些简单的实际问题. 本节我们将继续探究方程的相关问题.

一千五百年前的《孙子算经》中有“鸡兔同笼”问题：“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何?”这是我国古代著名趣题之一.

下面是用列算式与列方程两种不同的方法对问题进行解答的过程.

列算式解法

每只兔子先算 2 只足(与鸡的足数凑齐)，此时兔子和鸡的足数共有

$$2\times 35=70(\text{只}).$$

由于每只兔子少算了 2 只足，总共少算的足数为

$$94-70=24(\text{只}),$$

所以兔子数为

$$24\div 2=12(\text{只}),$$

鸡数为

$$35-12=23(\text{只}).$$

答：鸡有 23 只，兔子有 12 只.

列方程解法

设鸡有 x 只，那么兔子有 $(35-x)$ 只. 因为

鸡的足数＋兔的足数＝94，

所以

$$2x+4(35-x)=94.$$

解这个方程，得

$$x=23.$$

从而 $35-x=12$.

答:鸡有 23 只,兔子有 12 只.

做一做

请你用列算式与列方程两种不同的方法解答下面的问题：

有若干只鸡和兔子，它们共有 88 个头，244 只足. 鸡和兔各有多少只?

大家谈谈

1. 比较上述列算式的方法与列方程的方法，说说它们各自的特点.

2. 谈谈你对方程意义的理解与感悟，并与同学进行交流.

对上述问题，利用列算式的方法求解，需要先将每只兔子看成 2 只足，与每只鸡的足数凑齐(或者先将每只鸡看成 4 只足，与每只兔子的足数凑齐)，然后用足数之差间接求出兔子(或者鸡)数. 思考过程和算式的得出都比较曲折. 利用列方程的方法，可就足数之和直接列方程，使得问题的解决比较简单.

例 某市举行中学生足球比赛，规定平局时不再进行加时赛，并且胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分. 实验中学足球队参加了 10 场比赛，只负了 1 场，共得 21 分. 该校足球队胜了几场?

分析：该校足球队得分满足相等关系

$$3\times 胜的场数+1\times 平的场数+0\times 负的场数=21,$$

即

$$3\times 胜的场数+1\times(10-1-胜的场数)=21.$$

解：设实验中学足球队胜了 x 场，那么

$$3x+(9-x)=21.$$

解得

$$x=6.$$

答：实验中学胜了 6 场.

像 $2x+4(35-x)=94$，$3x+(9-x)=21$ 这样含有未知数的等式叫做**方程**(equation). 能使方程两边相等的未知数的值，叫做**方程的解**(solution).

如果方程中含有一个未知数(也称元)，并且所含未知数的项的次数是 1，那么我们就把这样的方程叫做**一元一次方程**(linear equation with one unknown).

如 $x=23$ 是一元一次方程 $2x+4(35-x)=94$ 的解，$x=6$ 是一元一次方程 $3x+(9-x)=21$ 的解.

练 习

1. 判断下列方程哪些是一元一次方程.

$x+y=1$，$x-1=3$，$2x^2=1$，$5x+5=-1$，$xy=10$，$2x+4=0$.

2. 说明 $x=\frac{1}{2}$，$x=2$，$x=5$，$x=-5$ 分别是下列哪个方程的解.

$x+5=0$，$3x-15=0$，$5x=1$，$2x-1=0$，$2x-4=0$，$\frac{1}{2}x=2$.

习题

A 组

1. x，y 为未知数，a，b 为已知数. 下列等式中哪些是方程，哪些是一元一次方程？

   $3+2=2+3$，　$x=1$，　$a+b=b+a$，　$2x+7=0$，

   $5x-1=5-x$，　$x^2-1=0$，　$x+y=3$，　$3y-6=0$.

2. 请写出一个解为 $x=2$ 的一元一次方程.
3. 已知 $x=2$ 是关于 x 的一元一次方程 $2x-1=m$ 的解，求 m 的值.
4. 一张长方形纸片，周长是 90 cm，长是宽的 2 倍.

   (1) 设宽为 x cm，请列出关于 x 的方程.

   (2) 说明 $x=15$ 是(1)中所列方程的解，而 $x=20$ 不是它的解.

   (3) 设长为 y cm，请列出关于 y 的方程.

B 组

1. 请设未知数，并列出方程(不用求解)：

   (1) 一个数的 2 倍加 30，比这个数的 6 倍少 14. 求这个数.

   (2) 已知地球的表面积约为 5.1 亿平方千米，其中陆地面积约为海洋面积的$\frac{29}{71}$. 求陆地面积.

   (3) 已知某月有四个星期日，这四天的日期数的和是 58. 这个月第一个星期日的日期数是多少？

2. 小明和同学去公园春游. 公园门票每张 5 元，如果购买 20 人以上(含 20 人)的团体票，可按总票价的八折付票款. 小明想了想，购买了 1 张 20 人的团体票，结果比每人单独购票少花了 15 元. 小明他们一共去了多少人？(只列方程，不用求解)

5.2 等式的基本性质

利用等式的基本性质，可以对方程进行恒等变形，进而达到解一元一次方程的目的.

一起探究

探究平衡现象，感受其中的道理.

游戏一：如图 5-2-1 所示，此时天平架是平衡的. 在托盘上增加或减少一定数量的砝码，使其仍保持平衡. 请你最少摆出 5 种不同的平衡形式，并说明保持平衡的道理.

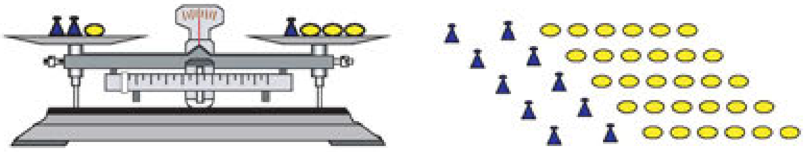


图 5-2-1

通过游戏，我们可认识到：

等式的基本性质

1. 等式的两边加上(或减去)同一个数或同一个整式，结果仍是等式，即

如果 $a=b$，那么 $a\pm c=b\pm c$.

2. 等式的两边乘(或除以)同一个数(除数不等于 0)，结果仍是等式，即

如果 $a=b$，那么 $ac=bc\left(或\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}，c\neq 0\right)$.

游戏二：如图 5-2-2 所示，天平架是平衡的. 如果一个黄砝码的质量为 1 g，一个蓝砝码的质量为 x g，请你观察下面的操作过程，并说出 1 个蓝砝码的质量是多少克.

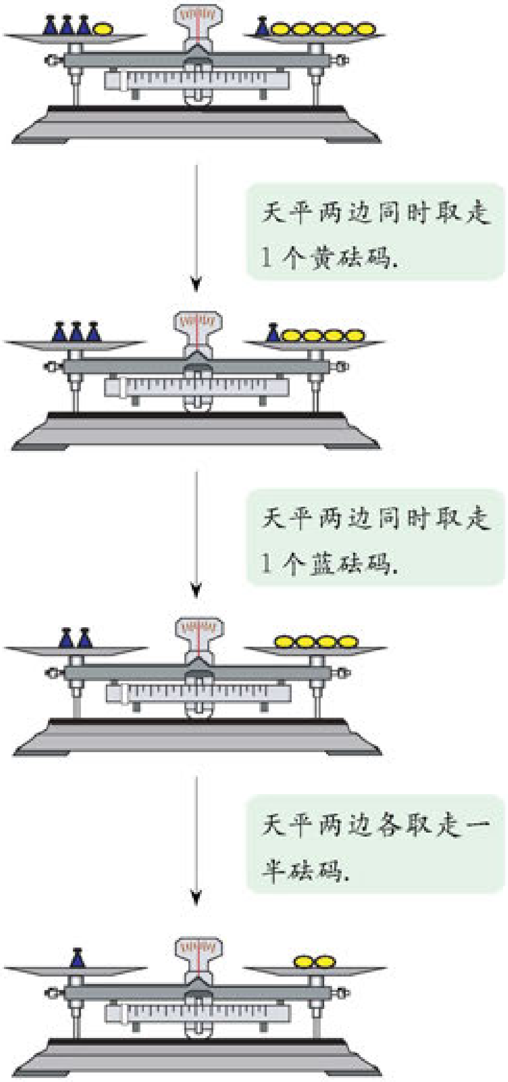


图 5-2-2

图中的平衡现象，用方程可表示为

$$3x+1=x+5.$$

方程两边同时减去 1.

方程变为

$$3x+1-1=x+5-1,$$

即 $3x=x+4$.

方程两边同时减去 x.

方程变为

$$3x-x=x+4-x,$$

即 $2x=4$.

方程两边同时除以 2.

方程变为

$$\frac{1}{2}\times 2x=\frac{1}{2}\times 4,$$

即 $x=2$.

方程是等式，根据等式的性质可以求方程的解.

例 解方程：$x+3=8$.

解：两边都减去 3，得

$$x+3-3=8-3.$$

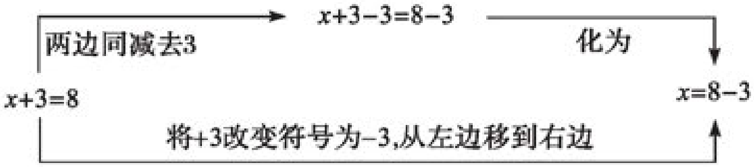
所以

$$x=8-3,$$

即

$$x=5.$$

在解上面的方程时，用到如下框图所示的步骤：



在解方程的过程中，等号的两边加上（或减去）方程中某一项的变形过程，相当于将这一项改变符号后，从等号的一边移到另一边．这种变形过程叫做**移项**(transposition)．

练　习

1．已知等式 $a=b$，判断下列等式是否成立：

（1）$a+2=b$；（2）$a-2=b-2$；（3）$a+2=b+2$；（4）$a+2=b+3$；

（5）$2a=2b$；　（6）$-2a=2b$；　（7）$\frac{1}{3}a=\frac{1}{3}b$；　（8）$\frac{1}{3}a=\frac{1}{5}b$．

2．如果 $x=y$，请你利用等式的性质写出三个关于 x 和 y 的等式，并说明依据．

3．利用等式的性质，解下列方程：

（1）$x-2=5$；　　（2）$3x-2=1$．

习　题

1．已知等式 $a=b$，判断下列等式是否成立：

（1）$a+b=2b$；　　（2）$a+3c=b+3c$；

（3）$2a-3c=2b-3c$；　　（4）$a-b=0$．

2．利用等式的性质，把下列方程化为 $x=a$ 的形式：

（1）$x-6=-5$；　　（2）$7x-4=6x$；

（3）$5x=5$；　　（4）$-x=7$．

3．利用等式的性质，试着解下列方程：

（1）$2x-5=1$；　　（2）$3-2x=9$；

（3）$4x+3=15$；　　（4）$\frac{3}{5}x-1=5$．

5.3 解一元一次方程

我们已经学习了等式的基本性质，怎样运用等式的这些性质去解一元一次方程呢？

例 1 解下列方程：

（1）$5x=4x-6$；（2）$3x-2=2x+5$.

解：（1）移项，得

$$5x-4x=-6.$$

移项时，注意改变这一项的符号.

合并同类项，得

$$x=-6.$$

（2）移项，得

$$3x-2x=5+2.$$

合并同类项，得

$$x=7.$$

例 2 解下列方程：

（1）$5x-2=2x-10$；（2）$\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}x+1$.

解：（1）移项，得

$$5x-2x=-10+2.$$

合并同类项，得

$$3x=-8.$$

将 x 的系数化为 1，得

$$x=-\frac{8}{3}.$$

（2）移项，得

$$\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}x=1.$$

合并同类项，得

$$-\frac{1}{3}x=1.$$

将 x 的系数化为 1，得

$$x=-3.$$

一般地，对于形如 $ax=b(a\neq 0$，a，b 是已知数)的一元一次方程，方程两边同除以 a，得到方程的解是 $x=\frac{b}{a}$.

练 习

1. 下列方程的变形是否正确？说明理由.

(1) 由 $x-2=6$，得 $x=6-2$.

(2) 由 $5=x+3$，得 $x=5-3$.

2. 解下列方程：

(1) $x+7=4$；　　(2) $x-8=-3x$；

(3) $3x+4=-2x-6$；　　(4) $2+\frac{1}{3}x=\frac{5}{3}x+1$.

习 题

A 组

1. 解下列方程：

(1) $2x-1=2$；　　(2) $x+1=\frac{1}{2}$；　　(3) $18=5-x$；

(4) $2x=25+x$；　　(5) $3x+2=2x+3$；　　(6) $5x+2=7x-8$.

2. 解下列方程：

(1) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}=-1$；　　(2) $\frac{3}{5}x-8=-\frac{2}{5}x+1$.

B 组

1. 当 a 是什么值时，代数式 $2a-8$ 的值等于 20？

2. 三数的比是 1∶2∶4，并且它们的和是 84. 求这三个数中最大的数.

例 3 解方程：

$$6(2x-5)+20=4(1-2x).$$

解：去括号，得

$$12x-30+20=4-8x.$$

移项，得

$$12x+8x=4+30-20.$$

合并同类项，得

$$20x=14.$$

两边同除以 20，得

$$x=\frac{7}{10}.$$

方程中含有括号时，一般先去括号.

试着做做

解方程：

$$\frac{x-1}{2}-\frac{2x-3}{3}=1.$$

例 4 解方程：

$$\frac{x-1}{3}-\frac{x-2}{6}=\frac{4-x}{2}.$$

解：去分母，得

$$2(x-1)-(x-2)=3(4-x).$$

去括号，得

$$2x-2-x+2=12-3x.$$

移项，合并同类项，得

$$4x=12.$$

两边同除以 4，得

$$x=3.$$

括号前面是“—”时，去括号后，括号内的每一项都要改变符号.

解一元一次方程的步骤，一般是：

(1) 去分母；

(2) 去括号；

(3) 移项；

解方程时，应根据方程的具体形式，灵活运用这些步骤.

(4) 合并同类项(化为 $ax=b$ 的形式，其中 a，b 是已知数)；

(5) 将未知数的系数化为 1(化为 $x=c$ 的形式).

练　习

1. 下列解方程的过程是否正确？如果不正确，请改正过来.

(1) $3-(1-2x)=6$，

$3-1-2x=6$，

$-2x=4$，

$x=-2$.

(2) $\dfrac{2x+1}{4}-1=\dfrac{3x+2}{4}$，

$2x+1-1=3x+2$，

$2x-3x=2$，

$-x=2$，

$x=-2$.

2. 解下列方程：

(1) $3(x-1)=9$；

(2) $2x+\dfrac{2}{3}x=90$；

(3) $1-\dfrac{2y-5}{6}=\dfrac{3-y}{4}$；

(4) $\dfrac{7x-1}{2}-\dfrac{4x+1}{2}=\dfrac{3x+2}{4}$.

3. 列方程求 x 的值：

(1) 代数式 $3(2-x)$ 和 $2(3+x)$ 的值相等.

(2) 代数式 $5(x+2)$ 比 $2(1-3x)$ 的值小 3.

习　题

A 组

1. 下面是小明在解下列方程时去分母的过程. 这样做对不对？如果不对，请你帮他改正过来.

(1) $\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{5x+2}{4}=1$.

去分母(两边同乘 4)，得

$$2(x-1)-5x+2=4.$$

(2) $\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{5x+2}{4}=1$.

去分母(两边同乘 12)，得

$$4(2x-1)-3(5x+2)=1.$$

(3) $\dfrac{1-x}{2}-\dfrac{9x+5}{8}=0.$

去分母(两边同乘 8)，得

$$4(1-x)-(9x+5)=8.$$

2. 解下列方程：

(1) $\dfrac{1}{2}x-3=5x+\dfrac{1}{4}$；

(2) $3(x-1)+2=2(x+3)+7$；

(3) $\dfrac{1}{3}(x-1)=-\dfrac{2}{3}(x+3)+1$；

(4) $5x+\dfrac{1}{5}x=52$；

(5) $\dfrac{1}{3}(x-6)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{5}(x+2)$；

(6) $2-\dfrac{1}{2}(x-1)=\dfrac{1}{5}(x+2)$.

B 组

1. 梯形的面积公式是 $S=\dfrac{1}{2}(a+b)h$.

(1) 已知 $S=30$，$a=6$，$h=4$，求 b.

(2) 已知 $S=60$，$a=8$，$b=12$，求 h.

2. 在公式 $l=l_0(1+aT)$ 中，已知 $l=9$，$l_0=8$，$T=3$，求 a 的值.

读一读

$4=1$?

请你算一道猜年龄的题目：哥哥 8 岁，妈妈 32 岁，弟弟年龄的 16 倍加上哥哥的年龄正好等于爸爸的年龄；弟弟年龄的 4 倍加上妈妈的年龄也恰好等于爸爸的年龄. 弟弟的年龄是多大?

吴聪同学是这样算的：

设弟弟的年龄为 x 岁，列方程，得

$$16x+8=4x+32.$$

移项，得

$$16x-32=4x-8,$$

$$16(x-2)=4(x-2).$$

两边同除以 $4(x-2)$，得

$$4=1.$$

得出这样奇怪的结果，你可能感到惊讶和不解. 那么错误出在哪里呢?

下面重新解方程 $16x+8=4x+32$：

移项，得

$$16x-4x=32-8,$$

即

$$12x=24,$$

$$x=2.$$

当 $x=2$ 时，$4(x-2)=0$. 原来，在吴聪的解题过程中，方程两边同时除以了一个等于 0 的因式，才导致了 $4=1$ 这个错误结果.

正确结果是：弟弟的年龄是 2 岁.

5.4 一元一次方程的应用

一元一次方程是重要的数学模型之一. 利用等量关系建立一元一次方程，可以方便地解决许多实际问题.

观察与思考

某学校七年级同学参加一次公益活动，其中15%的同学去作保护环境的宣传，剩下的170名同学去植树、种草. 七年级共有多少名同学参加这次公益活动?

请你思考小红和小华的做法，并提出自己的见解与同学交流.

小红的做法

解：设七年级共有 x 名同学参加这次公益活动，那么作环境保护宣传的同学有 $15\%x$ 名.

根据题意，得

$$15\%x+170=x.$$

解这个方程，得

$$x=200.$$

答：七年级共有200名同学参加这次公益活动.

小华的做法

解：设七年级共有 x 名同学参加这次公益活动，那么作保护环境宣传的同学有 $(x-170)$ 名.

根据题意，得

$$15\%x=x-170.$$

解这个方程，得

$$x=200.$$

答：七年级共有200名同学参加这次公益活动.

(1) 你认为小红和小华的做法正确吗? 方程 $15\%x+170=x$ 与 $15\%x=x-170$ 有怎样的联系?

(2) 如果仍设七年级共有 x 名同学参加这次公益活动，请解释方程“$85\%x=170$”所表示的意义.

例 1 大、小两台拖拉机一天共耕地 19 公顷．其中，大拖拉机耕地的面积比小拖拉机耕地面积的 2 倍还多 1 公顷．这两台拖拉机一天各耕地多少公顷？

分析：本题中等量关系为

大拖拉机耕地面积＋小拖拉机耕地面积＝总耕地面积．　①

大拖拉机耕地面积＝小拖拉机耕地面积×2＋1．　②

解：设小拖拉机一天耕地 x 公顷，则大拖拉机一天耕地 $(2x+1)$ 公顷．

根据题意，得

$$x+(2x+1)=19.$$

解得

$$x=6.$$

从而有

$$2x+1=13.$$

答：大拖拉机一天耕地 13 公顷，小拖拉机一天耕地 6 公顷．

大家谈谈

如果设小拖拉机一天耕地 x 公顷，那么能由等式①得到大拖拉机一天的耕地面积，进而列出方程求得 x 吗？谈谈你的认识和做法．

在以上两个问题中，量与量之间都存在着关系式：各分量之和＝总量．

做一做

已知三个连续整数的和是 18，求这三个数．

练　习

1．一个数的 3 倍与这个数的$\frac{1}{3}$的和等于 6，求这个数．

2．某仓库存放的大米运出 25%后，还剩 37 500 kg．仓库原有大米多少千克？

3．在一条公路施工中，需要修一条长为 1 200 m 的隧道，由甲、乙两个施工队从两端同时施工．甲队每天挖 4 m，乙队每天挖 6 m，多少天能打通这条隧道？

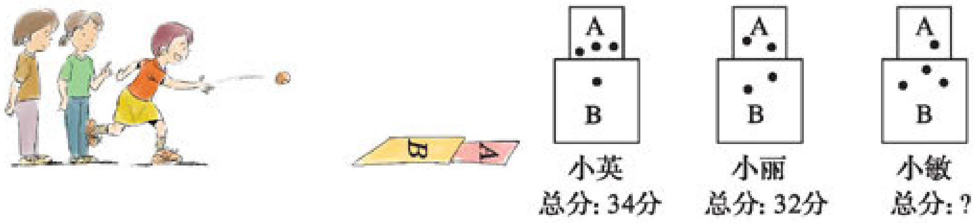
习题

A 组

1. 一种小麦加工成面粉后，质量减少 15%. 为得到 1 000 kg 面粉，需要多少千克小麦？
2. 某农户为消灭棉田中的害虫，需配制一种药水. 已知这种药水中药液与水的质量比为 1∶10. 配制 110 kg 这种药水，需要多少千克这种药液？
3. 甲、乙两同学从学校出发去县城，甲步行每小时走 4 km. 甲先走1.5 h 后，乙骑自行车追赶，乙出发后半小时追上了甲. 求乙的速度.

B 组

1. 从甲城到乙城，原来公共汽车需要行驶 4 h，原线路改造成高速公路后，车速平均提高 20 km/h，3 h 即可到达. 两城间的路程是多少千米？
2. 在课间活动中，小英、小丽和小敏在操场上画出 A，B 两个区域，一起玩投沙包游戏. 沙包落在 A 区域所得分值与落在 B 区域所得分值不同. 当每人各投沙包四次时，其落点和四次总分如图所示. 请求出小敏的四次总分.



（第 2 题）

甲、乙两地间的路程为 375 km. 一辆轿车和一辆公共汽车分别从甲、乙两地同时出发沿公路相向而行. 轿车的平均速度为 90 km/h，公共汽车的平均速度为 60 km/h. 它们出发后多少小时在途中相遇？

试着做做

1. 找出本题中的等量关系：

____

2. 设两车出发后 x h 相遇，请你解释图 5－4－1 的含义：

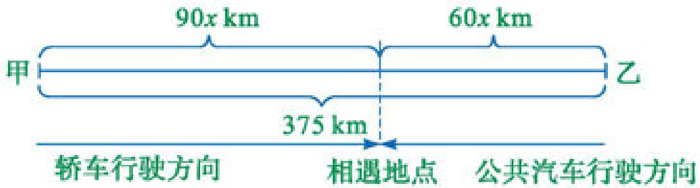


图 5－4－1

3. 列出的方程是__________________________.

4. 请解这个方程.

例 2 一项工作，小李单独做需要 6 h 完成，小王单独做需要 9 h 完成. 如果小李先做 2 h 后，再由两人合做，那么还需几小时才能完成？

分析：如果设还需两人合做 x h 才能完成，那么有下面分析图.

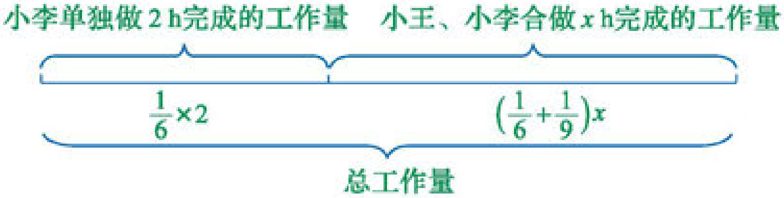


图 5－4－2

解：设两人合做 x h 才能完成. 依题意，得

$$\frac{1}{6}\times 2+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{9}\right)x=1.$$

解得

$$x=\frac{12}{5}.$$

答：还需两人合做$\frac{12}{5}$ h 才可完成这项工作.

练　习

1. 甲、乙两人骑自行车，同时从相距 54 km 的两地相向而行，2 h 后相遇. 已知甲每小时比乙多走 3 km，求甲、乙两人的速度.

2. 为使福利院的孩子们度过一个快乐的儿童节，某玩具厂决定赠送他们一批玩具. 这批玩具甲组独立生产需要 10 天完成，乙组独立生产需要 6 天完成. 甲组独立生产 2 天后，乙组开始参与生产，两组合作生产多少天可以完成这批玩具的生产任务？

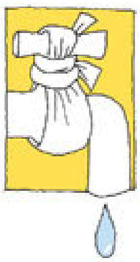
习　题

A 组

1. 七年级某班共有学生 45 名. 其中，男生比女生多 3 名. 这个班男生、女生各有多少名？
2. 甲、乙两地之间的路程是 49 km，一名旅游爱好者步行从甲地到乙地，以两种不同的速度分两段走完了全程，共用 9 h. 他在第一段、第二段路程中的平均速度分别是 6 km/h 和 5 km/h. 求第一段和第二段路程的长.
3. 已知某水池有甲、乙两个进水管. 单独开放甲管，15 h 可以将空池注满；单独开放乙管，24 h 可以将空池注满. 如果先打开甲管对空池注水 2 h，再打开乙水管注水，那么注满水池还需要多少小时？

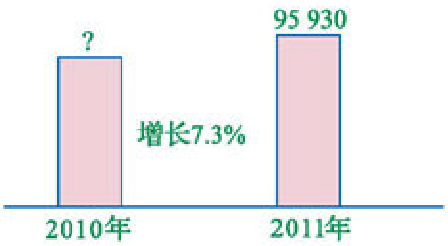
B 组

1. 小明对小亮说：我有一本科普书，第一次读了全书的$\frac{1}{3}$多 2 页，第二次接着读了全书的$\frac{1}{2}$少 1 页，最后还剩 31 页没读. 这本书一共有多少页？
2. 目前，全球有一百多个国家缺水，其中包括我国. 我国水资源人均占有量只排在世界第 110 位. 据 1999 年的统计数据显示，我国的 660 座城市，按水资源情况可分为三类：暂不缺水城市、一般缺水城市、严重缺水城市. 其中，暂不缺水城市数比严重缺水城市数的 4 倍少40 座，一般缺水城市



数是严重缺水城市数的 2 倍. 我国 660 座城市中有多少座城市严重缺水? 一般缺水和暂不缺水的城市各有多少座?

某企业 2011 年的生产总值为 95 930 万元, 比 2010 年增长了 7.3%. 2010 年该企业的生产总值为多少万元? (精确到1 万元)



试着做做

1. 找出本题中的等量关系:

____

原有数量+增长数量=现有数量

2. 设该企业 2010 年的生产总值为 x 万元, 填表:

2010 年的生产总值	2010 年~2011 年间增长的产值	2011 年的生产总值
x		

3. 列出的方程是______________________________.
4. 请解这个方程.

例 3 某期 3 年期国债, 年利率为 5.18%; 这期国债发行时, 3 年期定期存款的年利率为 5%. 小红的爸爸有一笔钱, 如果用来买这期国债比存 3 年期定期存款到期后可多得利息 43.2 元, 那么这笔钱为多少元?

分析: 利息=本金×年利率×年数.

解: 设这笔钱是 x 元. 依题意, 得

$$x \times 5.18\% \times 3 - x \times 5\% \times 3 = 43.2.$$

解得

$$x = 8\ 000.$$

答: 这笔钱是 8 000 元.

你还有其他解法吗?

练 习

1. 一件上衣按其进价提高 40%后标价. 由于季节原因, 以标价的八折售出, 结果仍盈利 18 元. 这件上衣的进价是多少元? (提示: 利润=售价-进价)

设这件上衣的进价为 x 元. 由题意，得

标价为__________________，

实际售价为__________________，

获得利润为__________________.

列方程为__________________.

解方程，得 $x=$________.

这件上衣的进价为________元.

2. 某人购买了一种 1 年期债券 50 000 元，到期后共得本息 52 500 元. 这种债券的年收益率是多少？

习题

A 组

1. 某钢厂预计今年的钢产量比去年增加 15%，可达到 230 万吨. 去年的钢产量是多少？如果设去年产量为 x 万吨，那么可列方程为____________，方程的解是 $x=$________.
2. 一种药品，现在每盒售 34 元，比原来降低了 15%. 原来售价是多少元？
3. 某件商品按成本价加价 30%后标价，又按标价的九折优惠售出，售价为 234 元. 这件商品的成本价是多少元？

B 组

1. 在 2000 年年底时，某镇人口为 4.8 万，人均住房面积约为 24 m^2. 到 2010 年年底，人口增至 6 万，人均住房面积达到 32 m^2. 这 10 年间住房总面积增长了百分之几？
2. 某工厂承接了加工一批零件的任务，预计 30 天可以完成. 由于技术革新，工作效率比原来提高了 50%，结果提前 8 天完成任务，并且多加工了 24 件. 该工厂承接的加工任务是多少？原来每天加工多少零件？

某农场要对一块麦田施底肥，现有化肥若干千克. 如果每公顷施肥 400 kg，那么余下化肥 800 kg；如果每公顷施肥 500 kg，那么缺少化肥 300 kg. 这块麦田是多少公顷？现有化肥多少千克？

一起探究

1. 设这块麦田为 x 公顷，由“如果每公顷施肥 400 kg，那么余下化肥 800 kg”可得表示化肥数的代数式是怎样的？由“如果每公顷施肥 500 kg，那么缺少化肥 300 kg”可得表示化肥数的代数式又是怎样的？这两个代数式应有怎样的关系？将结果填写在下面横线上：

____.

2. 设现有化肥 y kg，根据题意，可列方程：

____.

3. 请解以上两个方程.

例 4 某学校七年级学生进行了一次徒步行走活动．带队教师和学生们以 4 km/h的速度从学校出发，20 min 后，小王骑自行车前去追赶．如果小王以 12 km/h 的速度行驶，那么小王要用多少时间才能追上队伍？此时，队伍已行走了多远？

分析：小王追上队伍，就是小王和队伍走过的路程相等.

小王骑车行驶的路程＝队伍行走的路程.

解：设小王要用 x h 才能追上队伍，这时队伍行走的时间为 $\left(\frac{1}{3}+x\right)$h.

依题意，得

$$12x=4\left(\frac{1}{3}+x\right).$$

列方程时，量的单位要统一.

解得

$$x=\frac{1}{6}.$$

$$12x=12\times\frac{1}{6}=2.$$

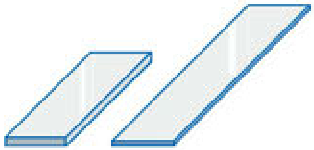
答：小王 $\frac{1}{6}$ h 可追上队伍．此时，队伍已行走了 2 km.

练　习

1. 一个旅行团从驻地出发，经 2 h 到达某景区参观．返回时，仍以去时的速度行走，但由于更改路线，比去时多走了 6 km，因此用了 3 h 才回

到驻地．求去时的路程．

2．一块长 200 cm，宽 100 cm，厚 1 cm 的钢板，经锻压后，宽度不变，长度增加到 320 cm．锻压后的钢板厚度是多少厘米？



（第 2 题）

习题

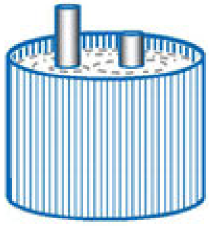
A 组

1．将一个直径为 40 mm，高为 300 mm 的圆柱形量杯装满水，再把水倒入一个底面直径为 50 mm 的圆柱形玻璃杯中，则玻璃杯中水的高度是多少？

2．一队学生从甲地到乙地，速度为 4 km/h．当行进 1 km 时，一学生奉命回甲地取东西．他以 5 km/h 的速度跑步回甲地，取了东西后立即以同样速度追赶队伍，结果在距乙地 2 km 处追上队伍．求甲、乙两地间的路程．（取东西的时间不计）

B 组

1．如图，两根铁棒直立于圆柱形水桶的桶底．在桶中加入水后，一根露出水面的长度是它的$\frac{1}{3}$，另一根露出水面的长度是它的$\frac{1}{5}$，两根铁棒长度之和为 55 cm．此时水桶中水的深度是多少厘米？



（第 1 题）

2．一日某小区突然停电，小明点燃了长度相同、粗细不同的两支新蜡烛，来电时又同时熄灭了这两支蜡烛．这时，小明发现粗蜡烛的长是细蜡烛长的 2 倍．已知新的粗蜡烛 4 h 可燃尽，新的细蜡烛 3 h 可燃尽，求停电的时间．

例 5 如图 5－4－3，在长方形 $ABCD$ 中，$AB=12$ cm，$BC=6$ cm．动点 P 沿 AB 边从点 A 开始，向点 B 以 2 cm/s 的速度运动；动点 Q 沿 DA 边从点 D 开始，向点 A 以 1 cm/s 的速度运动．P，Q 同时开始运动，用 t(s)

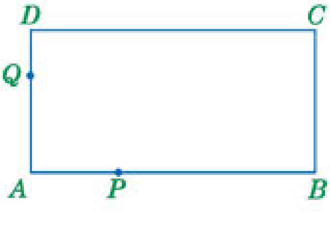


图 5－4－3

表示移动的时间.

(1) 当 t 为何值时，$AQ=AP$？

(2) 当 t 为何值时，$AQ+AP$ 等于长方形 $ABCD$ 周长的$\frac{1}{4}$？

解：(1) 设运动 t s 有 $AQ=AP$，则

$$DQ=1\times t=t,\ AQ=6-t,\ AP=2t.$$

由题意，得

$$6-t=2t.$$

解得

$$t=2.$$

(2) 设运动 t s，$AQ+AP$ 等于长方形 $ABCD$ 周长的$\frac{1}{4}$.

由题意，得

$$6-t+2t=\frac{1}{4}\times2\times(6+12).$$

解得

$$t=3.$$

答：当 $t=2$(s)时，$AQ=AP$；当 $t=3$(s)时，$AQ+AP$ 等于长方形 $ABCD$周长的$\frac{1}{4}$.

做一做

在例 5 的情境中，如果点 P 到达点 B 后沿 BC 方向继续运动，点 Q 到达点 A 后沿 AB 方向继续运动，如图 5-4-4 所示. 当点 P 到达 C 点时，点 P 和点 Q 同时停止运动. 试求当 t 为何值时，线段 AQ 的长度等于线段 CP 长度的一半.

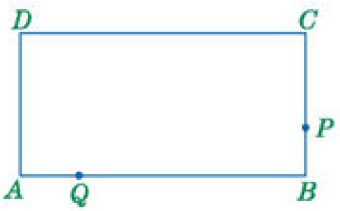


图 5-4-4

练 习

列方程，求解下列问题.

(1) 已知$\angle\alpha$ 的余角的补角是 101°，求$\angle\alpha$ 的度数.

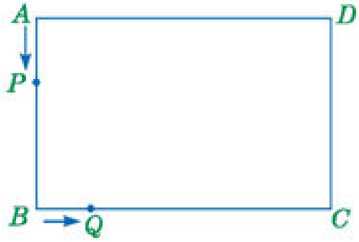
(2) 已知一个三角形三个内角的度数比为 2∶3∶4，求三个内角的度数.

习 题

A 组

1. 已知每立方厘米铁的质量为 7.8 g. 现有质量为 46.8 kg 的一废铁块，把它熔化后铸成铁锭. 已知铁锭的外形为长方体，其长和宽分别为 15 cm 和10 cm. 它的高为多少厘米？

2. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，$AD=16$ cm，$AB=12$ cm. 动点 P 从点 A 出发，沿线段 AB，BC 向点 C 运动，速度为2 cm/s；动点 Q 从点 B 出发，沿线段 BC 向点 C 运动，速度为 1 cm/s. P，Q 同时出发，设运动的时间是t(s).



（第 2 题）

   (1) 请用含 t 的代数式表示下列线段的长度：

   当点 P 在 AB 上运动时，$AP=$________，$PB=$________.

   当点 P 运动到 BC 上时，$PB=$________，$PC=$________.

   (2) 当点 P 在 AB 上运动时，t 为何值，能使 $PB=BQ$？

   (3) 点 P 能否追上点 Q？如果能，求出 t 的值；如果不能，说明理由.

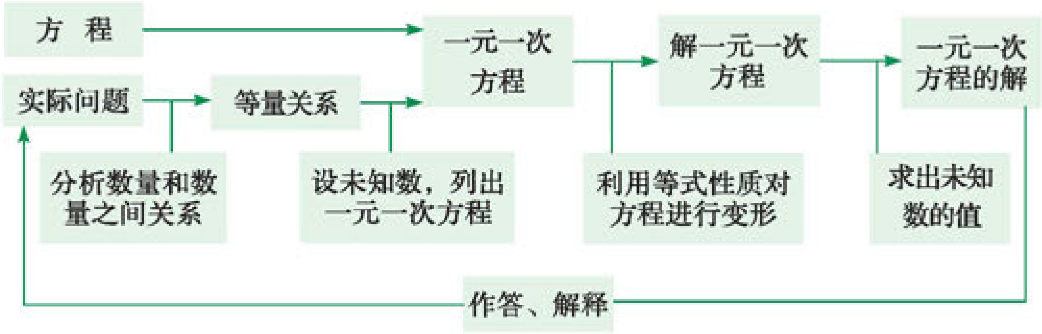
B 组

1. 一个长方形的周长为 26 cm，如果这个长方形的长减少 1 cm，宽增加 2 cm，那么得一个正方形. 求长方形的长.

2. 一个等腰三角形的三边长分别为 7，$2x+3$，$3x-2$. 这样的三角形有几个？它们的边长分别是多少？

回顾与反思

一、知识结构



二、总结与反思

方程是一种非常重要的数学模型，涉及求未知量的实际问题和数学问题都可以借助于方程来解决. 运用方程解决问题的关键是构造出相应的方程，这个过程就是建立方程模型.

1. 由问题建立方程的过程，主要有以下几个环节：阅读和理解问题、分析和寻找等量关系、设置恰当的未知数、建立方程.

2. 建立方程常遇到的等量关系有以下几类：

第一类，和（差）关系.

如，总量＝各分量之和，大数＝小数＋大数与小数的差.

第二类，倍（分）关系.

如，几倍后的量＝基础量×倍数，分量＝总量×分量对总量所占的份数.

第三类，用不同形式表示的同一个数量相等.

第四类，几何图形中几何量之间的等量关系.

3. 解方程是求未知数的值的过程. 解一元一次方程的依据是什么，主要步骤有哪些？

三、注意事项

1. 在解方程过程中，去分母时，要注意对所有的项乘同一个数. 去括号时，如果括号前是负号，要注意括号内每一项都要改变符号. 移项时，要注意改变符号.

2. 由实际问题设未知数列方程，可以先考虑直接设未知数(求什么设什么). 当直接设未知数不容易找到等量关系时，可以设间接未知数. 方法的选择应根据具体问题而定.

3. 借助方程解决实际问题，除了检验结果是否符合方程外，还应检验结果是否符合实际问题.

例如，某年某月两个连续星期日的日期数之和为 47，那么下一个星期日是下月几日？

设这两个连续星期日的第一个星期日是 x 日，可得方程 $x+(x+7)=47$，解得 $x=20$. 所以这两个连续星期日分别是 20 日与 27 日. 由于 $27+7=34$，显然下一个星期日不能是 34 日，这与实际情况不符，需要具体讨论：当本月有 28 天时，下一个星期日是下月 6 日；当本月有 30 天时，下一个星期日是下月 4 日；当本月有 31 天时，下一个星期日是下月 3 日.

复习题

A 组

1. 下列方程的解法错在哪里？请你改正.

(1) 解方程 $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{3x-1}{2}-1$.

解：$x+1=3x-1-1$，

$2x=3$，

$x=\dfrac{3}{2}$.

(2) 解方程 $\dfrac{2x+1}{3}-\dfrac{x+1}{6}=2$.

解：$4x+2-x+1=12$，

$3x=9$，

$x=3$.

2. 解下列方程：

(1) $3(x-6)+5x=6$；

(2) $100(1+3\times x\%)=115$；

(3) $\dfrac{x}{5}=\dfrac{30+x}{6}$；

(4) $10\%\cdot x+15\%(1\,000-x)=130$；

(5) $\frac{y-1}{2}=1-\frac{y-2}{3}$;

(6) $\frac{1}{3}(1-2x)=\frac{3}{5}(2x+1)$.

3. 将一长为 12 m 的钢管截为两段，使其中一段比另一段长 40%. 这两段钢管的长各为多少米?

4. A，B 两村相距 2 800 m. 小明从 A 村出发向 B 村步行 5 min 后，小军骑自行车从 B 村向 A 村出发，又经过 10 min 两人相遇. 小军骑自行车比小明步行每分钟多走 130 m，小明每分钟步行多少米?

5. 某班去年有 6 名共青团员，占全班总人数的$\frac{1}{8}$. 今年共青团员人数占全班总人数的$\frac{3}{16}$，今年有几名共青团员?

6. 某家电商场销售 A，B 两种品牌的冰箱，5 月份 A 品牌冰箱的销量是 80 台，B 品牌冰箱的销量是 120 台. 6 月份 A 品牌冰箱的销量减少了 5%，但总销量增长了 16%. B 品牌冰箱 6 月份的销量比 5 月份增长了百分之几?

B 组

1. 一份试卷共有 15 道单项选择题. 每题选对得 4 分，不选或选错扣 1 分. 某考生得了 45 分，他选对了多少道题? 如果得 35 分呢?

2. 一项工程，甲队独做需 10 天完成，乙队独做需 15 天完成.

   (1) 两队合做需几天完成?

   (2) 甲队先做 5 天，剩下部分由两队合做，还需要几天完成?

3. 一艘船的燃料最多用 6 h. 去时顺水航行，速度为 15 km/h；回来时逆水航行，速度为 12 km/h. 这艘船最多行出多少千米就需要返航?

4. 某工厂运来一堆煤，如果每天烧煤 1 500 kg，那么比计划提前一天烧完；如果每天烧 1 000 kg，那么比计划多烧一天. 如果恰在计划的天数烧完，那么每天应烧煤多少千克?

C 组

1. 明代数学家程大位在其所著《直指算法统宗》中有这样一道题："假如井不知深，先将绳三折入井，绳长四尺；后将绳四折入井，亦长一尺. 问

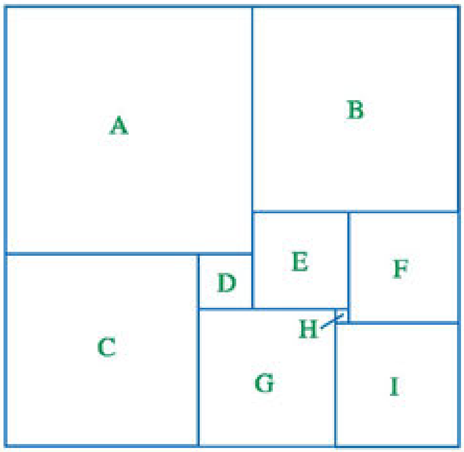
井深及绳长各若干?”答曰:“井深八尺,绳长三丈六尺.”

题意是:“用绳子测量井深:把绳子折成三折来量,井外余绳4尺;把绳子折成四折来量,井外余绳1尺.井深和绳长各是多少?”(注:尺、丈是我国过去使用的长度计量单位.1丈=10尺)

(第1题)

请列方程解决这个问题.

2. 如图,几张大小不等的正方形纸片A,B,…,I,无重叠地铺满了一块长方形纸片.已知正方形纸片E的边长为7,求其余各正方形纸片的边长.



(第2题)

综合与实践一

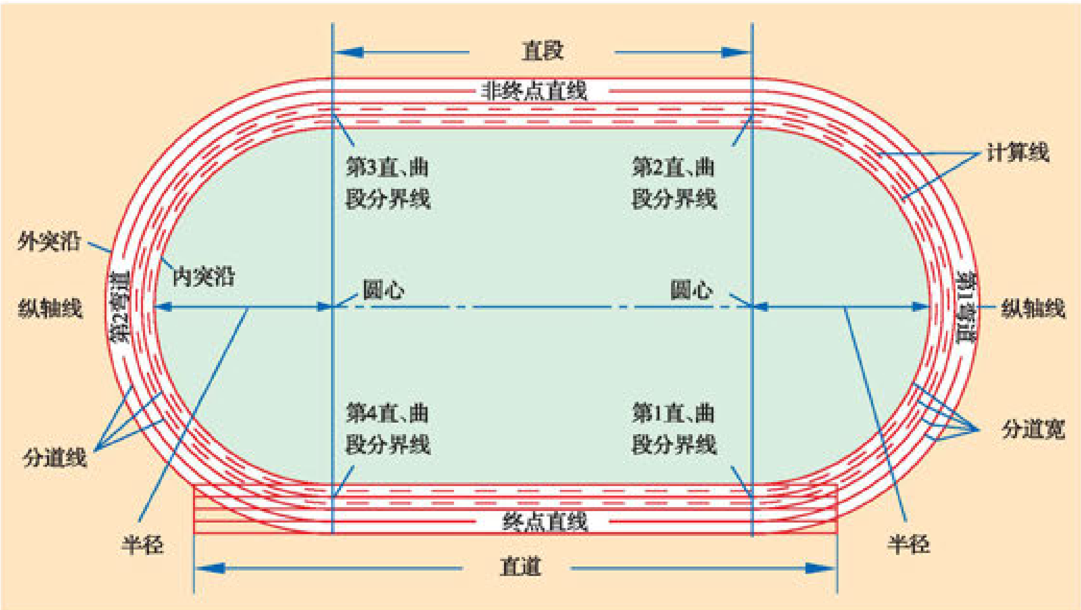
田径场跑道的计算和设计

田径场是同学们非常熟悉的地方．在这里，大家上体育课，参加体育比赛，锻炼身体、增强体质，可以说这些活动是大家学校生活的一部分．

面对田径场这个亲切而熟悉的地方，你是否知道：这个地方与数学密切相关，这里不仅有几何问题，而且有代数问题．

一、问题

跑道是田径场的重要组成部分．按照《国际田联手册》的规定，标准半圆式田径场跑道全长为 400 m，它由两个相等的直段和两个相等的半圆（弯道）组成，如图所示．



目前，国际、国内田径比赛的田径场规格有三种：

（1） 内突沿（跑道的内边，即最里边半圆）半径为 36 m 的田径场；

（2） 内突沿半径为 37.898 m 的田径场；

（3） 内突沿半径为 36.50 m 的田径场．

请你选择一种规格的田径场，计算相关的量并设计出有 6 个跑道的田径场草图．

二、解决方案

1. 通过实际测量，或上网查询，或走访体育老师，了解纵轴线、圆心、内突沿与外突沿、直段与曲段分界线、直段与直道、跑道宽与分道宽、分道线与计算线等专业术语的含义.

2. 分别计算各分道计算线的周长.

3. 计算出 200 m，400 m 比赛的各分道起跑点之间的距离差.

4. 根据相关的数据，按一定比例设计并画出田径场跑道草图.

三、可参考的知识与方法

1. 半径为 r 的圆的周长是 $C=2\pi r$，半圆的周长是 $\frac{1}{2}C=\pi r$，其中 π 取 3.141 6.

2. 计算线也称实跑线，是比赛时运动员实际跑过的路线，它只供计算跑道周长使用，一般不画出来. 第一分道计算线与跑道内突沿的外沿相距 0.30 m，其他分道的计算线与内侧跑道分道线外沿相距 0.20 m.

3. 在进行有关计算的过程中，当出现代数式时，要注意运用有关知识解决问题.

四、反思与交流

我的结果	
我解决问题的主要过程及方法	
同学们的建议	
修改完善之处	
最终结果	
我的感悟	

综合与实践二

古老的传说　今日的思索

相传，古代有一位国王对国际象棋非常感兴趣，于是决定奖赏它的发明者．一天，国王将发明者召进王宫．

国王：你发明的国际象棋很好，我决定奖赏你，你想要什么？

发明者：国王，我想要小麦．

国王：要多少？

发明者：在棋盘上的格子里放小麦，从第 1 个格子开始，第 1 个格子放 1 粒，第 2 个格子放 2 粒，第 3 个格子放 4 粒，第 4 个格子放 8 粒，依此类推，每个格子的麦粒数都是它前面一个格子麦粒数的 2 倍，一直到最后的第 64 个格子为止．将这些麦粒数相加，我就要这么多粒小麦．

国王一听，觉得这能有多少小麦呀，于是就立即答应了．

一、问题

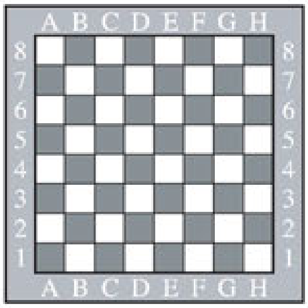
如图，国际象棋的棋盘是一个 8×8 的方格图，它纵、横各有 8 个方格．故事中，发明者只是向国王提出自己的要求，当然不是真的在棋盘上放麦粒了，但由此产生了一系列的问题等待解决：

(1) 这些麦粒数的总和是多少？

(2) 这些麦粒的总质量是多少？

(3) 这些麦粒能供多少成年人食用多少年？

(4) 国王能不能满足发明者的要求？



国际象棋棋盘

二、解决方案

1. 先计算假如棋盘只有 1 个格子、2 个格子、3 个格子、4 个格子时麦粒数的总和，找出规律后，再计算 64 个格子麦粒数的总和．

2. 利用“总量÷个数＝单量”的办法，先算出 1 粒小麦大概的质量，再求这些麦粒的总质量．

3. 调查走访，了解 1 个成年人 1 年大约需要食用多少千克的小麦．

三、可参考的知识与方法

1. 由 $1=2-1$，怎样得到

$$1+2=2^2-1?$$

同样的道理，你能不能得到

$$1+2+2^2=2^3-1 \text{ 和 } 1+2+2^2+2^3=2^4-1?$$

2. 试说明：如果

$$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{n-1}=2^n-1,\ (n\text{ 为自然数})$$

那么

$$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{n-1}+2^n=2^{n+1}-1.\ (n\text{ 为自然数})$$

3. 当 $n=63$ 时，上式为

$$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{62}+2^{63}=2^{64}-1.$$

四、反思与交流

我的结果	
我解决问题的主要过程及方法	
同学们的建议	
修改完善之处	
最终结果	
我的感悟	

编写后记

2001 年，国家正式启动了义务教育阶段的新一轮课程改革。有感于时代的召唤，我们这群研究和从事数学教育的工作者，满怀共同的梦想，成立了编写组，尝试进行义务教育七年级至九年级数学教科书的建设与编写。

2001 年 3 月份，编写组正式向教育部提出了编写立项申请。经专家评审，当年 12 月通过了立项。编写组从此开始编写工作。

2003 年 3 月，这套依据《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》编写的教科书，经全国中小学教材审定委员会审查通过，并公布于当年的订书目录中，作为义务教育课程标准实验教科书，供实验区选用。

2010 年 10 月，这套教科书开始修订准备。

2011 年 12 月，七年级上册和七年级下册的修订工作完成。

2012 年 3 月，按照《义务教育数学课程标准(2011 年版)》修订后的七年级上册和七年级下册，经教育部基础教育课程教材专家工作委员会审查通过。现在与大家见面的这本教科书就是修订后的七年级上册。

我们在编写这套教科书的过程中，得到了众多专家、学者、数学教师的大力支持和热情帮助，特别是下面这些老师，更是我们应当感谢的：

王宝仓、杨志坚、孟庆林、张庆、仇岷、陈雪梅、石凌等，都是这套教科书原实验版本的编者，对教科书的编写作出了很大贡献；

刘璐、许艳秋、路召恒、王春丽、李春祥、魏元洪等，对这套教科书的实验给予了大力支持和帮助；

郭荣华、章巍、许春英、张燕飞、李永强、滕杰、张晓娴、牛翠英、杨金钗、刘建锋、靳春会、陈彦敏、徐在荣、王建华、孔庆雷等，在这套教科书的修订过程中，参与讨论并提出了许多宝贵意见。

我们深知，教科书的编写和建设是一个长期的任务，更是一个不断完善、不断发展的过程。我们会继续努力，朝着精品教科书的建设目标奋力进取。我们也诚挚地希望广大的数学教师继续关注和支持这套教科书，使它越来越好。

编者

2012 年 3 月